國立嘉義高級家事職業學校101學年度第1次教師甄選數學試題

注意事項 ：請在答案本上依題號書寫並附上計算證明過程。
未寫上過程或過程不正確者該題不予計分

【第1~17題，每題5分 ；第18題8分，第19題7分，共100分】

1. 設 $f(x)$ 為三次多項式， $f(2008)=1$ $f(2009)=10, f(2010)=13, f(2011)=-2$，
則 $f(2012)$ 為＝ ________。

2. 求 $\int_{-1}^{2}\left(x+|x|+1\right)^2 dx=$ ________。

3. 二階行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的四個成分 a 、 b 、 c 、 d 皆為集合 $A=\{4,5\}$ 內的元素，所成的行列式值為奇數的機率為________。

4. 設 a_n 是 $(5-\sqrt{x})^n$ 的展開式中 x 項的係數(n=2,3,4,⋯)，則
$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5^2}{a_2}+\frac{5^3}{a_3}+\cdots+\frac{5^n}{a_n}\right)=$ ________。

5. 兩直線 L_1： $\frac{x-11}{4}=\frac{y+5}{-3}=\frac{z+7}{-1}$ 與 L_2： $\frac{x+5}{3}=\frac{y-4}{-4}=\frac{z-6}{-2}$ 不共平面，
則：(１)包含 L_2 且與 L_1 平行之平面 E 方程式為________。(3分)
(２) L_1 與 L_2 之間的公垂線段長為________。(2分)

6. 設ABCDEF為一凸六邊形,BCEF為一平行四邊形,ABF為正三角形,
若已知 $\overline{BC}=1, \overline{AD}=3, \overline{CD}+\overline{DE}=2$,求凸六邊形ABCDEF的面積＝________。

7. 設 $f(x)=x^2-2mx+2m+3$，$m\in R$，若 $0\le x\le 4$， $f(x)>0$ 恆成立，則 m 之範圍為________。

8. 一圓之外切等腰梯形 $ABCD$ 的上底 $\overline{AD}=2$ ，下底 $\overline{BC}=6$ ，則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$ ________。

9. 設 $x=\sqrt{1-y^2}$ ，則 $\frac{y+5}{x-5}$ 之最小值為________。

10. 設 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & ,x\le 1 \\ \dfrac{ax+b}{x+1} & ,x>1 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x=1$ 可微分，則序對 $(a,b)=$ ________。

11. 設$a>b>0, ab=1000$,若已知$f(x)=(\log\frac{x}{a})(\log\frac{x}{b})$的最小値爲$-1$,求$a+b$之值

12. 從各位數和等於 43 的五位數中隨機選出一個數,這個數恰爲 11 倍數的機率爲________。

13. 若$f(x)=1+\sin 2x+4(\sin x+\cos x)$,試求$f(x)$之最大值________。

14. 候選人在一條重要馬路上插競選旗子。第 1 天在該馬路的頭尾各插 1 面旗子；第 2 天在兩面旗子中間再插 3 面旗子；第 3 天在相鄰兩面旗子中間各再插 3 面旗子。依此類推，每一天都在既有相鄰兩面旗子中間各再插 3 面旗子。問第n天後，該馬路上一共插多少面候選人旗子?________。

15. $\sin\frac{\pi}{18}\sin\frac{3\pi}{18}\sin\frac{5\pi}{18}\sin\frac{7\pi}{18}\sin\frac{9\pi}{18}=$________。

16. 不等式$|3x-10|-|x^2-6x+5|>5$的解爲________。

17. ΔABC中，$A(1,0)$，$B(0,1)$，$C(\frac{3}{2},0)$，若過原點作一直線L將ΔABC面積平分，則L的方程式爲________。

18. 已知$A(2,0), B(-2,0)$是橢圓Γ的兩焦點且$L:3x+2y=8\sqrt{3}$是Γ的一切線。求此橢圓方程式

【8 分】

19. 證明：不論x是任何正數,$1-\frac{1}{x}\le \ln x\le x-1$都成立【7 分】

※數學科

1	2	3	4
-47	$\frac{65}{3}$	$\frac{3}{8}$	50

5	
(1) $2x+5y-7z+32=0$	(2) $\sqrt{78}$

6	7	8	9	10
$2\sqrt{3}$	$-\frac{3}{2}<m<3$	4	$-\frac{4}{3}$	(6,- 2)

11	12	13	14	15
$101\sqrt{10}$	$\frac{1}{5}$	$2+4\sqrt{2}$	$1+4^{n-1}$	$\frac{1}{16}$

16	17	18
$0<x<\frac{9-\sqrt{41}}{2}$	x-3y=0	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$