

金門縣 101 學年度國中教師甄試數學科試題

1. 某長方體的長、寬、高分別為 24、18、15 公分。外面塗上紅色顏料，將它切成大小相同的最大正方體，此時各面均無塗料的小正方體有多少個？
(A) 240 (B) 140 (C) 120 (D) 72
2. 二數之和為 S ，將每個數加上 2 之後，全部再三倍。試問最後兩個新數之和為多少？
(A) $3S+2$ (B) $3S+6$ (C) $3S+12$ (D) 以上皆非
3. 設 $n>1$ 為正整數，用 n 去除 1370，2098，2371 所得的餘數相等。試問 n 的最大值為何？
(A) 21 (B) 39 (C) 91 (D) 182
4. 設 n 為小於 5000 的正整數，用 5 去除 n 餘 4，用 6 去除 n 餘 5，用 8 去除 n 餘 3，且最接近 50000 的整數的數字總和為
(A) 29 (B) 28 (C) 27 (D) 26
5. 某棒球隊在已賽過 60 場中勝率為 5 成，該隊需連贏幾場才能使勝率達到 6 成？
(A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 15
6. 某橋不知其寬，已知長 7 尺的圓木材流過橋下需 5 秒，長 11 尺的圓木材流過橋下需 7 秒。試問長 13 尺的圓木材流過橋下需幾秒？
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11
7. 在 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5)^2$ 的展開式中 x^6 的係數為
(A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 以上皆非
8. 甲校男女學生之比為 32 : 31，乙校男女學生之比為 4 : 5，甲乙兩校混合後男女學生之比為 16 : 17。試問甲乙兩校學生總數之比為
(A) 3 : 1 (B) 6 : 5 (C) 7 : 4 (D) 以上皆非
9. 有 50 人互相選舉推出 5 名代表，若每人只能票選一個人，試問最少要得多少票才能保證當選？
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 以上皆非
10. 絕對值不等式 $|x + a| \leq b$ 之解為 $-3 \leq x \leq 2$ ，則 $a+b$ 之值為
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 以上皆非

11. 下列何者為多項式 $(x^2 - x - 6)(x^2 + 3x - 4) + 24$ 的因式
 (A) $x+2$ (B) $x-3$ (C) $x^2 + x - 8$ (D) $x^2 + x + 8$
12. 當 a 為下列何值時，方程式 $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+a}{x(x-1)} = 0$ 無解。
 (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3
13. 設 $x + \frac{1}{y} = 4$, $xy + \frac{1}{xy} = 30$ ，則 $y + \frac{1}{x}$ 之值為
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8
14. 設 x, y 均為實數，則 $x^2 + 2xy + 3y^2 - 8y + 11$ 的最小值為
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 以上皆非
15. 設 a, b, c 均為質數，且滿足 $a+b+c+abc=119$ ， a, b, c 三數中最大者為
 (A) 17 (B) 19 (C) 23 (D) 29
16. 設 x, y 均為整數，則 $\left| \frac{x}{3} + \frac{y}{4} - \frac{11}{5} \right|$ 的最小值為
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{30}$
17. 設 p, q 為相異質數，下列何者恆為最簡分數
 (A) $\frac{p-q}{p+q}$ (B) $\frac{p^2-q^2}{p^2+q^2}$ (C) $\frac{p^3-q^3}{p^3+q^3}$ (D) $\frac{p+q}{pq}$
18. 若 $\sqrt{x} \geq 0$ ，則 $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ =
 (A) $x\sqrt{x}$ (B) $x^4\sqrt{x}$ (C) $\sqrt[8]{x^3}$ (D) $\sqrt[8]{x^7}$
19. 若 x 為某正整數的立方， d 為 x 之正因數個數。則 d 可能為下列何者？
 (A) 101 (B) 102 (C) 103 (D) 104
20. 正整數的遞增數列 a_1, a_2, a_3, \dots 滿足 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ，其中 $n \geq 1$ 。若 $a_7 = 120$ ，
 則 $a_6 =$
 (A) 72 (B) 74 (C) 76 (D) 78
21. 張三和李四同一天開始他們的新工作，張三的工作表是工作 3 天休息一天，
 李四的工作表是工作 7 天休息三天。試問在開始的前 365 天裡，兩個人同時休

息的日子佔了多少天？

- (A) 30 (B) 36 (C) 40 (D) 48

22. 設有兩個實數 a, b 滿足 $\begin{cases} (a - 2012)^3 + 12(a - 2012) = 427 \\ (b + 101)^3 + 12(b + 101) = -427 \end{cases}$ ，則 $a+b=$

- (A) 1911 (B) 2113 (C) 0 (D) 以上皆非

23. 分母為 12 且值介於 10 與 20 之間的最簡分數共有多少個？

- (A) 40 (B) 60 (C) 80 (D) 以上皆非

24. 有 n 個整數，若加入一個數 34 後，此 $n+1$ 個整數的平均數會加 1；若加入一個數 10 後，此 $n+1$ 個整數的平均數會減少 2，則 n 的值為

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

25. 有 2012 個數排成一列，第一個數為 -1，第二個數為 8，中間的數等於前後兩數的和，則此 2012 個數的和為多少？

- (A) 7 (B) 8 (C) 16 (D) 以上皆非

26. 若 a_n 等於最接近 \sqrt{n} 的整數 ($n \geq 1$ ，即 $a_1=1, a_2=1, a_3=2, \dots$ ，則滿足 $a_n = 2012$ 的正整數 n 共有多少個？

- (A) 1006 (B) 2012 (C) 4024 (D) 以上皆非

27. 將 9 顆白棋放入一袋黑棋中，均勻混合後，任意取出 10 顆棋子，發現其中有 2 顆白棋，根據這個樣本，可推估袋中約有多少顆黑棋？

- (A) 32 (B) 34 (C) 36 (D) 38

28. 某班全班 35 人身高的算數平均數與中位數都是 156 公分，但後來發現其中一位同學的身高登錄錯誤，將 160 公分寫成 166 公分。經重新計算後正確的平均數為 a 公分，正確的中位數為 b 公分，則下列敘述何者正確？

- (A) $a=156$ (B) $a>156$ (C) $b=156$ (D) $b>156$

29. 設 $f(x) = \frac{1}{1 + \tan^3 x}$ ，則 $f(\frac{\pi}{2012}) + f(\frac{2\pi}{2002}) + \dots + f(\frac{1005\pi}{2012})$ 之和為

- (A) 501.5 (B) 502.5 (C) 503 (D) 1006

30. 設 n 為正整數且滿足正 n 邊形的內角度數均為整數。試問這種整數 n 有多少個？

- (A) 12 (B) 18 (C) 22 (D) 24

31. 設 C_1 與 C_2 為同一平面上半徑為 1 且相切的圓，試問有多少個半徑為 2 的圓可以同時與 C_1 與 C_2 相切？
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
32. 拋物線 $y = x^2 - 3x + 2$ 與直線 $y = x - k$ 的圖形僅相交於一點，則 k 之值為
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 以上皆非
33. 當 a 為下列何值時，方程式 $5x - ax - 3a - y + 10 = 0$ 的圖形不經過第二象限，也不通過原點？
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
34. 一個正八面體的頂點恰為一正方體各面的中心點，試問正八面體積恰為此正方體體積的多少倍？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$
35. 平面上給定 A, B 兩點，在同一平面上另外找一點 C ，使得 $\triangle ABC$ 是正三角形或等腰直角三角形，則 C 點的取法共有多少種？
 (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12
36. 下列哪些度數的角可用尺規作圖畫出
 (A) 2° (B) 3° (C) 4° (D) 5°
37. 下列哪個長度無法用尺規作圖畫出
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt[3]{3}$ (D) $\sqrt[4]{3}$
38. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 100^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， \overline{AH} 為高， \overline{BM} 為中線。則 $\angle MHC =$
 (A) 15° (B) 22.5° (C) 30° (D) 45°
39. 設 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle DBC = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 45^\circ$ ， $\overline{CD} = 6$ ，則 $\overline{AD} =$
 (A) $6\sqrt{2}$ (B) $3 + \sqrt{3}$ (C) $5\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{6}$
40. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ 且 $\overline{AC} = 9$ 。設 D 在 \overline{AC} 上滿足 $\overline{BD} = 5$ 。則 $\overline{AD} : \overline{DC} =$
 (A) $7 : 5$ (B) $11 : 6$ (C) $13 : 5$ (D) $19 : 8$

41、方程式 $x^2 - 2xy - 3y^2 + 3x - 5y + 2 = 0$ 之圖形為下列何者？

- (A) 橢圓 (B) 雙曲線 (C) 相交之二直線 (D) 拋物線

42、方程式 $x^2 - y^2 + z^2 + 12 = 0$ 在空間中圖形為

- (A) 鞍面 (B) 拋物旋轉面 (C) 單葉的雙曲旋轉面 (D) 雙葉的雙曲旋轉面

43、設 3 階方陣 A, B, C 滿足 $ABC = I$ ，其中 I 為 3 階單位方陣，則下列何者為真？

- (A) $ACB = I$ (B) $CBA = I$ (C) $BAC = I$ (D) $CAB = I$

44、設 A 為三階方陣且 A 的行列式值為 -3 ， A^T 為 A 的轉置方陣。

則方陣 $2AA^T$ 的行列式值為

- (A) -108 (B) -18 (C) 18 (D) 72

45、已知 $y = f(x)$ 為可逆函數且過 $(1, 0)$ 點的切線方程式為 $y = 3(x - 1)$ 。

令 g 為 f 之反函數，則曲線 $y = g(x)$ 過 $(0, 1)$ 點的切線斜率為

- (A) -3 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 3

46、曲線 $x^2 - 2y^2 = 2$ 在 $(2, 1)$ 點的切線斜率為

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

47、 $1 + 2\left(\frac{1}{3}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cdots + n\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \cdots =$

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) $\frac{9}{4}$

48、 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n} + \cdots =$

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\ln 2$

49、 $\int_0^2 1 - |x - 1| \, dx =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) $\frac{9}{4}$

50、 $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} \, dx =$

- (A) 9π (B) $6\sqrt{3}$ (C) $\frac{9\pi}{4}$ (D) $\frac{3}{2}\pi^2$