1. $39k+26=(33+6)k+26 \quad \therefore 33 \mid 6k+26-11 \Rightarrow 11 \mid 2k+5 \Rightarrow \min k=3$

$39\times 3+26=143$

2.乘積為 $4abcd3$ ，所以此三個連續奇數個位數字為 7，9，1

故此三數為 77，79，81　所求 77+79+81=237

3. $f(x)=|x+\log 2|+|x-\log 4|+|x+\log 8|=|x+\log 2|+|x-2\log 2|+|x+3\log 2|$

Min 取 $x=-\log 2$　所求為 $5\log 2$

4. $(n+1)^2-n^2=2n+1=101 \quad \therefore n=50$

5.銳角三角形：另兩邊平方和>長邊平方

(A) $1^2+(\sqrt{2})^2<2^2$　(B) $(\sqrt{5})^2+2^2=3^2$　(C) $(\log 2)^2+(1+\log 2)^2<(2+\log 2)^2$

(D) $(\sqrt{2})^2+(\sqrt{5})^2>(\sqrt{6})^2$

故選(D)

6.令 $a=2012 \Rightarrow \sqrt{4a^2-5a+a+1}=2a-1=4023$

7. $1+\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{(n+1)^2}{n(n+2)}$

$$(1+\frac{1}{1\cdot 3})(1+\frac{1}{2\cdot 4})(1+\frac{1}{3\cdot 5})\cdots(1+\frac{1}{19\cdot 21})=\frac{2\times 2}{1\times 3}\cdot\frac{3\times 3}{2\times 4}\cdot\frac{4\times 4}{3\times 5}\cdots\cdot\frac{20\times 20}{19\times 21}=\frac{2}{1}\cdot\frac{20}{21}=\frac{40}{21}$$

8.42=32+8+2 $\Rightarrow 1\cdot 3\cdot 1\cdot 3^3\cdot 1\cdot 3^5\cdot 1=3^9$

9.令 $S=\dfrac{1}{10}-\dfrac{2}{10^2}+\dfrac{3}{10^3}-\dfrac{4}{10^4}+\cdots$　則

$$\begin{array}{rl} S= & \frac{1}{10}-\frac{2}{10^2}+\frac{3}{10^3}-\frac{4}{10^4}+\cdots \\ +)\ \frac{1}{10}S= & \qquad\ \frac{1}{10^2}-\frac{2}{10^3}+\frac{3}{10^4}-\frac{4}{10^5}+\cdots \\ \hline \frac{11}{10}S= & \frac{1}{10}-\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}-\frac{1}{10^4}+\cdots \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{10}S=\frac{1}{10}-\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}-\frac{1}{10^4}+\cdots=\frac{\frac{1}{10}}{1-(-\frac{1}{10})}=\frac{1}{11} \quad \therefore S=\frac{1}{11}\times\frac{10}{11}=\frac{10}{121}$$

10.令公差為 k ，則 $4a+6k=50 \Rightarrow 2a+3k=25$

且 $ax+(a+k)y+(a+2k)z+(a+3k)w=100$ …..(1)

再令 $aw+bz+cy+dx=aw+(a+k)z+(a+2k)y+(a+3k)x=t$ …..(2)

(1)+(2)得 $(2a+3k)(x+y+z+w)=100+t=25\cdot 10$

$\therefore t=250-100=150$

11. $\begin{cases} \dfrac{a}{1-r}=28 \\ \dfrac{a^2}{1-r^2}=112 \end{cases}$ 兩式相除 $\dfrac{a}{1+r}=4 \Rightarrow 4+4r=28-28r \Rightarrow r=\dfrac{24}{32}=\dfrac{3}{4}$

12.令 $z=x+y$ ，原式= $\sqrt{(x-4)^2+(y-1)^2+(z-3)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-1)^2+(z-9)^2}$

即求(x ， y ， z)到 (4，1，3)與(4，1，9)距離和之最小值

所求=6

13.配方+柯西不等式 $[(x+2)^2+(2y)^2+z^2][1^2+(-2)^2+1^2] \geq (x+2-4y+z)^2$

$\therefore x^2+4y^2+z^2+4x+4 \geq \dfrac{(10+2)^2}{6}=24$

所求=24

14. $\dfrac{1\times3\times5\times7\times\cdots\times97\times99}{2\times4\times6\times8\times\cdots\times98\times100}=\dfrac{1\times2\times3\times4\times\cdots\times99\times100}{(2\times4\times6\times8\times\cdots\times98\times100)^2}=\dfrac{1\times2\times3\times4\times\cdots\times99\times100}{[2^{50}(1\times2\times3\times4\times\cdots\times49\times50)]^2}$

$=\dfrac{100i}{2^{100}(50i)^2}$

15.消去 y ， $\begin{cases} x=2k-23 \\ 11x=46-k \end{cases} \Rightarrow 46-k=22k-23\times11 \Rightarrow 23k=46+23\times11=23\times13 \Rightarrow k=13$

16.已知 A(14，0，0)過第二條直線，令第一條直線上任意點 B(t ， $2t$ ， $3t$)

且向量 BA⊥(1，2，3) ∴(1，2，3)‧(14 $-t$ ， $-2t$ ， $-3t$)= $14-t-4t-9t=0$

$\therefore t=1$ 所求= $\sqrt{(14-1)^2+(0-2)^2+(0-3)^2}=\sqrt{182}$

17.(A)0‧(1，1，1) +0‧(1，2，2)=(0，0，0) (B)1‧(1，1，1)+1‧(1，2，2)=(2，3，3)

(C) 2‧(1，1，1)− 1‧(1，2，2)=(1，0，0)

選(D)

18.特徵根和= $tr(A)=1+1+3=5$

19.每數皆出現 $C_2^5=10$ 次，即 $10(a+b+c+d+e+f)=20\times100$ ，所求 $\dfrac{20\times100}{10}=200$

20. $\dfrac{7i}{3i}=840$

21.中間正三角形面積－3 個扇形面積= $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\cdot2^2-\dfrac{1}{6}\cdot3\cdot\pi\cdot1^2=\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{2}$

22.所求=9×4=36

23.邊長比： $\dfrac{1}{1}$ ： $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ： $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ = $\sqrt{3}$ ：1：1

利用比例，此三角形底邊= $2\sqrt{3}$

面積= $\dfrac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}\cdot1=\sqrt{3}$

24. $m=-\frac{a}{b}<0$ 且 $a>0 \therefore b>0$

過(0，+) $\therefore c<0 \Rightarrow V(-\frac{b}{2a}$ ， $\frac{-b^2+4ac}{4a})=(-，-)$ ，在第三象限

25.恆在下方， $x^2-ax-b>0 \Rightarrow D=(-a)^2-4\cdot 1\cdot(-b)=a^2+4b<0$ ，選(C)

26. $\frac{ABC}{abc}=\frac{8}{5}$ 且 $\frac{\pi R^2}{\pi r^2}=\frac{R^2}{r^2}=\frac{256}{175}$

面積比= $\frac{ABC}{4R}\cdot\frac{4r}{abc}=\frac{ABC}{abc}\cdot\frac{r}{R}=\frac{8}{5}\cdot\frac{\sqrt{175}}{16}=\frac{\sqrt{7}}{2}$

27. $\Delta=\frac{1}{2}(3x+4y+2z)$

$\because (x^2+y^2+z^2)(3^2+4^2+2^2)\geq(3x+4y+2z)^2$

$x^2+y^2+z^2$ 最小，此時(x ， y ， z) // (3，4，2)

28. $[\,C_1^5\cdot(\frac{5}{6})^4\cdot\frac{1}{6}\,]\cdot\frac{1}{6}=C_1^5\cdot(\frac{5}{6})^4\cdot(\frac{1}{6})^2$

29. $\frac{2\times 96}{98\times 4+2\times 96}=\frac{24}{73}$

30. $\frac{C_1^3\cdot(\,C_3^4\cdot 2i+C_2^4\cdot C_2^2}{3^4}=\frac{14}{27}$

31.因爲 A 與 B 獨立

$P(A\,|\,B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A)P(B')}{P(B')}=P(A)=0.2$

$P(A\cap B)=P(A)P(B)=0.2\cdot P(B)=0.1\Rightarrow P(B)=0.5$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.2+0.5-0.1=0.6$

32.在− 1 個標準差與+ 2 個標準差之面積約 34%+47.5%=81.5%

所求約 0.815×2000=1630

33.(1，6，6)、(2，5，6)、(3，4，6)、(3，5，5)、(4，4，5)

所求= $\frac{3\times 3+2\times 6}{6^3}=\frac{7}{72}$

34. $\begin{cases}\frac{a\cdot(r^5-1)}{r-1}=1\\ \frac{a\cdot(r^{10}-1)}{r-1}=7\end{cases}\Rightarrow r^5+1=7\Rightarrow r^5=6\Rightarrow\sum_{n=1}^{15}a_n=\frac{a\cdot(r^{15}-1)}{r-1}=\frac{1}{5}\cdot(6^3-1)=43$

35. $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dydx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^1\sqrt{r^2}\cdot rdrd\theta=\frac{1}{3}\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{6}$

36. $\lim_{x\to 0}\frac{|x^2-x+2|-|3x-2|}{x^5+x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2-x+2-2+3x}{x^5+x}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2+2x}{x^5+x}=\lim_{x\to 0}\frac{x+2}{x^4+1}=2$

37. $f'(x)=g(x)=x^3+(2x-3)^4$

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=g(2)=2^3+(4-3)^4=9$

38. $f(x)=(3x-2)(ax^2+bx+c)$ 爲三次實係數多項式

(A)$\because$三實根 $\therefore b^2-4ac>0$

(B) $f(-1)=-5(a-b+c)<0\Rightarrow a-b+c>0$

(C) $f'(x)=9ax^2-(4a-6b)x-2b+3c\Rightarrow f'(0)=3c-2b>0$

(D) $f(0)=-2c<0\Rightarrow c>0$，已知$ax^2+bx+c$有一負根且$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

若$a<0$，$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}<0$ $\therefore$另一根必爲正根，所以應爲兩正根一負根

故選(D)

39. $\int_1^4 3x^2-2xdx=(x^3-x^2)\Big|_1^4=48$

平均值=$\dfrac{48}{4-1}=16$

40. $\int_1^3 f'(x)dx=[f(x)+c]_1^3=f(3)-f(1)=3^5\cdot\ln(4-3)-1^5\cdot\ln(4-1)=0-\ln 3=-\ln 3$