

# 國立台灣師大附中九十六學年度教師甄選

## 數學科試題卷

### 壹、選擇題(每題 3 分共 30 分)

1、設平面上的  $n$  個圓最多將平面分割成  $f(n)$  個區域，則  $f(n+1)-f(n)$  為

- (A)  $n+1$  (B)  $2n$  (C)  $2^n$  (D)  $\frac{n}{2}+1$

2、下列算式

$$\frac{1+3+5+\dots+97+999}{1001+1003+1005+\dots+1997+1999}$$

- 的最簡分數為 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{5}$

3、正方形紙的內部共有 10 個點，將這些點或正方形的四個頂點為頂點連成的三角形剪下，則最多可剪出多少個三角形？

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16

4、與正四面體 ABCD 的四個頂點等距離的平面共有 \_\_\_\_\_ 個

- (A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 10

5、三角形三頂點為  $A(2, 2)$ ,  $B(8, 4)$ ,  $C(5, 10)$ ，若與內部一點  $P$  所形成之三角形  $\triangle PAB$ ,  $\triangle PBC$ ,  $\triangle PCA$  面積相等，則點  $P$  之橫座標的整數部份為

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

6、設  $2x^3-8x^2+x+8=a(x-3)^3+b(x-3)^2+c(x-3)+d$ ，則  $c$  之值為\_

- (A) 7 (B) 8 (C) -9 (D) 10

7、設有一扇形半徑長 12 公分、圓心角為  $120^\circ$ 。將扇形的兩個半徑邊黏合，形成一圓錐。則此圓錐的頂點到底圓區域的距離最靠近下面哪一個量？

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 公分。

8、設  $A, B, C$  為半徑為 1 的圓上三點，且將圓周分成三段，三段圓弧的比為  $3:4:5$ ，則  $\triangle ABC$  的面積在下面哪個範圍內？

- (A)  $0\sim 1$  (B)  $1\sim 1.3$  (C)  $1.3\sim 1.6$  (D)  $1.6\sim 3$

- 9、有一邊長分別為  $a$  和  $b$  的矩形， $b > a$ ，若將  $a$  的長度增加 20%， $b$  的長度減少 20% 後，那麼新矩形  
 (A) 周長變大 (B) 周長變小 (C) 面積變大 (D) 面積變小
- 10、已知矩形紙片和平行四邊形紙片同底等高，若將紙片左右兩邊黏貼，分別捲成直圓柱，請問有關這兩個直圓柱的敘述下列何者為真？  
 (A) 形狀不同、體積不等 (B) 形狀不同、但體積相等  
 (C) 形狀相同、體積相等 (D) 形狀相同、體積不相等

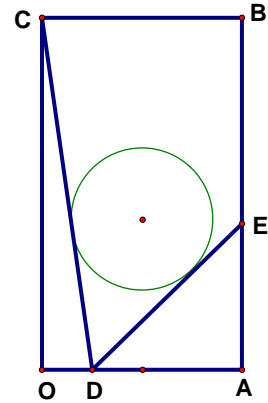
## 貳、填充題（每題 5 分共 50 分）

- 1、欲在筆直河流  $\{(x, y): 0 < y < 5\}$  的兩岸間上建一座橋（需垂直於河岸），使得由  $A(-3, 0)$  經過橋樑到達  $B(8, 17)$  的路徑最短，則此最短路徑的長為\_\_\_\_\_。
- 2、設  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ ， $g(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 5x + 2$ ，且  $\alpha, \beta, \gamma$  為  $f(x) = 0$  之 3 根。則  $g(\alpha) \cdot g(\beta) \cdot g(\gamma)$  之值為\_\_\_\_\_。
- 3、恰含有 12 個正因數的兩位數有哪些數？\_\_\_\_\_。
- 4、將  $3^{2007}$  展開，它的末二位數字為\_\_\_\_\_。
- 5、某運動協會召開“理事會”，出席的 50 位理事中欲選出 8 名常務理事，選舉採普選，一人投一票，試問最少要得\_\_\_\_\_票，才能保證當選？  
 （同票數用抽籤，但抽籤不能保證抽中）
- 6、數列  $a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+1} = |a_n| - a_{n-1}$  的第 2007 項為\_\_\_\_\_。  
 (A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2
- 7、已知千位數為 5，個位數為 8 的四位數中能被 136 整除的有\_\_\_\_\_。
- 8、唐朝詩人李白，喜歡飲酒，有道題目用打油詩的形式描述李白買酒的事：  
 『無事街上走、提壺去買酒，遇店加一倍、見花喝一斗，  
 三遇店和花、喝光壺中酒，試問壺中原有多少酒？』  
 根據此打油詩推知李白壺中原來有酒\_\_\_\_\_斗。
- 9、三隻猴子採得一堆桃子共  $x$  個，約定次日早上來分。半夜裡，第一隻猴子偷偷起來，把桃子均分為三堆後，發現多出一個，於是牠吃了這個桃子，並拿走了

其中一堆；第二隻猴子醒來，又把剩下的桃子均分為三堆後，還是多出一個，於是牠吃了這個桃子，並拿走了其中一堆；第三隻猴子醒來，再把剩下的桃子均分為三堆後，還是多出一個，於是牠吃了這個桃子，並拿走了其中一堆。若第三隻猴子走後，還剩下  $ax+b$  個桃子，則  $a+b=$ \_\_\_\_\_。

10、利用半徑  $\sqrt{2}$  的圓形圖案來設計右圖的長方形徽章

$OABC$ ，徽章左右寬度為 4，圓形圖案的圓心與兩側等距離且與  $\overline{OA}$  的距離為 3。已知  $\overline{OD}=1$ ，直線  $CD$  與  $DE$  都和圓相切，則徽章的高  $\overline{OC}$  是\_\_\_\_\_。



### 參、計算應用題：(共 20 分)

1、試從任意四邊形的內角和為 360 度，導出：任意三角形的內角和為 180 度。  
(4 分)

2、根據下面一般銳角三角形的公設：

- 公設 1：一般的銳角三角形不是直角三角形
- 公設 2：一般的銳角三角形不是等腰三角形
- 公設 3：兩角相差不到 15 度時，兩角看成相等

試問一般的銳角三角形是否存在？若存在，有多少個呢？(8 分)

3、歌訣：「三人同行七十稀，五樹梅花廿一支，七子團圓月正半，除百零五便得知。」道出韓信點兵問題：「三三一數餘 2，五五一數餘 3，七七一數餘 2，試問韓信最少帶多少個兵？」解決之道。

(a) 試依歌訣求解韓信最少帶多少個兵？

(b) 若「三三一數」改為「四四一數」，那麼歌訣中所出現的關鍵數字 70, 21, 15, 105 應分別改為多少？(8 分)

