

連江縣立東引國民中小學 103 學年度國中數學領域教師甄選試題(答案)

1. 若 $4x^2 + \frac{1}{3}x + a$ 是完全平方數，則 a 值為何？ D
- A. $-\frac{1}{12}$
B. $\frac{1}{12}$
C. $\frac{1}{48}$
D. $\frac{1}{144}$
2. $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) = ?$ A
- A. $\frac{11}{20}$
B. $\frac{1}{20}$
C. $\frac{11}{10}$
D. $\frac{1}{10}$
3. 已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 2$ ，則 $\frac{2a-ab-2b}{a-3ab-b} = ?$ B
- A. 0
B. 1
C. -1
D. $\frac{1}{2}$
4. 若 $a < b < 0$ ，又 $a^2 + b^2 = 4ab$ ，請問 $\frac{a+b}{a-b} = ?$ A
- A. $\sqrt{3}$
B. $\sqrt{6}$
C. 2
D. 3
5. 若 $\frac{\sqrt{x+8}}{x-4}$ 為實數，請問 x 的範圍？ C
- A. $x \geq 8$
B. $x > 8$ 且 $x \neq 4$
C. $x \geq 8$ 且 $x \neq 4$
D. $x \leq 8$ 且 $x \neq 4$
6. $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}} = ?$ D

- A. 3
- B. $1 + \sqrt{2}$
- C. $2 + \sqrt{2}$
- D. $2\sqrt{2}$

7. 兩組平行線，一組三條，另一組四條，則圖中的相異平行四邊形共有幾個？ C

- A. 12個
- B. 15個
- C. 18個
- D. 20個

8. 某四邊形的四邊長依序是 a, b, c, d ，(a, c 為對邊)，且滿足 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2ab + 2cd$ ，則此四邊形必定 D

- A. 兩組對邊長度組合相同
- B. 是平行四邊形
- C. 對角線長度相同
- D. 對角線互相垂直

9. 若 $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ ， $\frac{b}{c} = \frac{3}{2}$ ，且 $\frac{c}{d} = \frac{4}{5}$ ，則 $\frac{ac}{b^2+d^2} = ?$ B

- A. $\frac{19}{60}$
- B. $\frac{18}{61}$
- C. $\frac{7}{54}$
- D. $\frac{11}{54}$

10. $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c ，($\angle A$ 對邊長度為 a ，類推)，其滿足 $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a+b+c}$ ，則 $\angle A$ 與 $\angle B$ 的關係為何？ B

- A. $\angle B > 2\angle A$
- B. $\angle B = 2\angle A$
- C. $\angle B < 2\angle A$
- D. 不一定

11. 若等腰三角形底邊上的高為18，腰上中線為15，則此三角形面積為何？ C

- A. 108
- B. 135
- C. 144

D. 90

12. $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 的內角平分線交 AC 於 E ， P 為 BE 中點， AP 交 BC 於 D ， CP 交 AB 於 F ，則 $\frac{AP}{AD} + \frac{BP}{BE} + \frac{CP}{CF} = ?$ B

A. 1

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

13. 方程式 $y = kx + b$ 的圖形中，每當 x 的值少 1， y 的值就會少 2，則當 x 的值增加 2 時， y 的值如何？ A

A. 必增加 4

B. 必減少 4

C. 一定增加，但值不一定

D. 有可能增加，也有可能減少

14. 四隊足球隊在世界盃預賽進球數分別為 7, 9, 9, x ，若此數據的眾數與平均數相同，請問其中位數為何？ B

A. 8

B. 9

C. 10

D. 8 或 9 皆有可能

15. 投擲公正的骰子兩次，第一次數字為 m ，第二次為 n ，則二次函數 $y = x^2 + mx + n$ 與 x 軸有兩個不同交點的機率為何？ C

A. $\frac{5}{12}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{17}{36}$

D. $\frac{1}{2}$

16. 投擲公正的骰子兩顆，點數乘積是 5 的倍數的機率為何？ (試題答案無選項送分)

A. $\frac{1}{18}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{6}$

17. $2^{2014} + 3^{2014} + 4^{2014} + 5^{2014}$ 的個位數為何？ C

- A. 0
- B. 2
- C. 4
- D. 8

18. 滿足 $x + y + z = 10$ 的整數解有幾組？ D

- A. 66
- B. 36
- C. 286
- D. 無限多組

19. 從一副撲克牌中，至少要抽出幾張，才能保證有4張片是同花色？ D

- A. 12
- B. 9
- C. 17
- D. 13

20. 令 $a_n = 2^{2^n} + 1$ ，下列何者正確？ B

- A. 對於所有 $n \in \mathbb{N}_0$ ， a_n 皆為質數。
- B. 除了 a_0 與 a_1 外，其餘個位數皆為7。
- C. 費瑪證明了，在 $n > 4$ 時，還有別的質數存在。
- D. 若改成 $3^{2^n} + 2$ ，則對於所有 $n \in \mathbb{N}_0$ ，皆為質數。

21. 下列何者錯誤？ A

- A. 若 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 收斂，則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂
- B. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂，則 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 收斂
- C. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 必為0
- D. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ，則 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 收斂

22. 下列積分何者收斂？ D

- A. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$
- B. $\int_0^1 \frac{1}{x} dx$
- C. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$

D. $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$

23. $f(x) = 10^{\tan x}$ ，則 $f'(\frac{\pi}{4})$ 的值為何？ D

A. 10

B. 20

C. $2 \ln 10$

D. $20 \ln 10$

24. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(x-1)^2} = ?$ D

A. 1

B. ∞

C. $-\infty$

D. 以上皆非

25. 兩方程式圖形 $y^2 - 4x = 2$ 與 $4x - y = 0$ 包圍的區域面積為何？ B

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{9}{8}$

C. $\frac{11}{8}$

D. $\frac{13}{8}$

26. 對於函數 $f(x) = (x+2)(x-1)^2$ 的述敘，何者錯誤？ C

A. 在(1,0)有相對極小值

B. (1,0)是一個截距

C. (1,0)是反曲點

D. 在(-1,4)有相對極大值

27. 函數 $y = e^x$ 的圖形，在 x 在 0 到 1 之間的曲線長度為何？ A

A. $\sqrt{1+e^2} - \sqrt{2} + \ln(\sqrt{1+e^2} - 1) - 1 - \ln(\sqrt{2} - 1)$

B. $\sqrt{1+e^2} - \sqrt{2} - \ln(\sqrt{1+e^2} - 1) - 1 + \ln(\sqrt{2} - 1)$

C. $\sqrt{1+e^2} + \sqrt{2} - \ln(\sqrt{1+e^2} - 1)$

D. $-\sqrt{1+e^2} + \sqrt{2} + \ln(\sqrt{1+e^2} - 1)$

28. $(1+w+x+y+z)^{100}$ 展開並化簡後，會有幾項？ C

A. 5^{100}

B. H_5^{100}

C. H_{100}^5

D. C_5^{100}

29. 1到30的整數中，任選5個，數字不相鄰的情況有幾種？ C

A. C_5^{30}

B. C_{10}^{30}

C. C_5^{26}

D. C_6^{29}

30. $(1 + x^3 + x^6 + x^9 + \cdots)^7$ 的展開式中， x^{18} 的係數為何？ B

A. C_7^{18}

B. C_6^{12}

C. P_7^{18}

D. H_6^{17}

31. 由集合 $\{5,6,7,8,9,10\}$ 對映到集合 $\{1,2,3,4\}$ 的「onto」函數有幾個？ C

A. 15

B. 4096

C. 1560

D. 1296

32. m 個不同的球投入 n 個不同的箱子，不允許有空箱的方法有幾種？ D

A. m^n

B. H_{n-m}^m

C. H_{m-n}^n

D. $\sum_{i=0}^n (-1)^i C_i^n (n-i)^m$

33. 第一屆奧運於 1896 年 4 月 5 日舉行，請問該天是星期幾？ A

A. 日

B. 一

C. 四

D. 五

34. 若 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一根是另一根的兩倍，下列何者正確？ B

A. $4b^2 = 9c$

B. $2b^2 = 9ac$

C. $2b^2 = 9a$

D. $b^2 = 8ac$

35. 方程式 $\frac{x^2-bx}{ax-c} = \frac{m-1}{m+1}$ 有等值但異號的兩根，則 $m = ?$ C

A. c

B. $\frac{1}{c}$

C. $\frac{a-b}{a+b}$

D. $\frac{a+b}{a-b}$

36. 恰有連續正整數的平方根的整數部分相同，那麼這個相同的整數為何？ A

A. 17

B. 18

C. 35

D. 36

37. 若 $x^2 - 13x + 1 = 0$ ，則 $x^4 + x^{-4}$ 的個位數字為何？ D

A. 1

B. 2

C. 5

D. 7

38. 方程式 $2mx^2 + (4m + 1)x + 2m = 0$ 有兩相異實根，則 m 的範圍為何？ B

A. $m < -\frac{1}{8}$

B. $m > -\frac{1}{8}$

C. $m \geq -\frac{1}{8}$

D. 以上皆非

39. 一根木棒，等分成六段，每段皆可以塗紅、藍、白3種顏色，請問有幾種不同塗法？ D

A. 3^6

B. $\frac{3^6+1}{2}$

C. $\frac{3^6-1}{2}$

D. $\frac{3^6+3^3}{2}$

40. 下列述敘何者錯誤？ C

- A. 6 個人中，必定有 3 人彼此認識或彼此不認識。
- B. 10 個人任意排成一行，必有四個人是按高矮順序排的。
- C. 任意 51 個相異整數，必有 2 數，和或差是 100 的倍數。
- D. 任意 51 個相異整數，必有 2 數，差是 50 的倍數。