

# 104 學年度中區縣市政府教師甄選策略聯盟

## 國中數學試題

選擇題（請以 2B 鉛筆於答案卡上作答，單選題；答錯不倒扣）每題 2 分，共 100 分

- 著名的七橋問題是與下列哪一位數學家所研究的：  
(A) 柏努力 (B) 費馬 (C) 尤拉 (D) 高斯
- 某工廠有三部機器 A、B、C，產量分別占全部產量的 60%、30%、10%，又設三部機器所生產的不良品比率依次為 2%、3%、4%，由全部產品中任取一產品，若發現此產品為不良品，則產自 B 機器的機率為：  
(A) 7/25 (B) 12/25 (C) 9/25 (D) 16/25
- 若同時投擲一枚不公正的硬幣與一枚公正的硬幣一次，兩枚都出現正面的機率是  $\log 3$ ，試問只投擲該枚不公正的硬幣一次時，出現正面的機率為何？  
(A)  $\sqrt{\log 3}$  (B)  $\frac{1}{2}\log 3$  (C)  $2\log 3$  (D)  $(\log 3)^2$
- 擲一個骰子兩次，第一次點數大於第二次點數的機率為：  
(A) 1/3 (B) 5/12 (C) 4/9 (D) 7/12
- 從 1,2,...,9 這 9 個數字中，一次任意抽取 3 個數字，求其中至少有兩個數字是連續正整數的情形有多少種？  
(A) 42 (B) 49 (C) 54 (D) 58
- 根據內政部統計，50 歲的國民五年生存的機率為 0.92。王先生今年 50 歲，向壽險公司投保五年期人壽保險 4,000,000 元，保費 350,000 元一次繳清。請問壽險公司獲利的期望值是多少元？  
(A) 350,000 (B) 322,000 (C) 292,000 (D) 30,000
- 若  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^3+bx^2+2}{(x-1)(2x-1)} = 2$ ，求  $a-2b=?$   
(A) 0 (B) 22 (C) 4 (D) -8
- 設  $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2-1}$ ，下列敘述何者錯誤？  
(A)  $f(x)$  有水平漸近線  $y = 1$  (B)  $f(x)$  有水平漸近線  $y = (-1)$  (C)  $f(x)$  有垂直漸近線  $x = 1$  (D)  $f(x)$  有垂直漸近線  $x = (-1)$
- 下列何者不是線性微分方程：  
(A)  $y' = (\sin x)y + e^x$  (B)  $y' = 5$  (C)  $y' + xy = e^xy$  (D)  $y' + \frac{x}{y} = 0$
- $\int_0^{\pi/4} \sin^3 2x \cos 2x dx = ?$   
(A) 1/16 (B) 1/12 (C) 1/8 (D) 1/4
- 試計算由  $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ 、 $x = 2$  與  $x$  軸，從  $x = -1$  至  $x = 2$  所包圍的面積為：  
(A) 21/4 (B) 11/2 (C) 23/4 (D) 25/4
- 函數  $f(x,y) = (x^3 + x)y^2$ ，則此一函數之偏微分  $f_{xy}(0,1) = ?$   
(A) 0 (B) -2 (C) 4 (D) 2
- 試求曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ，求在 (1,2,2) 的切平面方程式為：  
(A)  $x + 2y + 2z = 18$  (B)  $x + 2y + 2z = 9$  (C)  $x + 2y + 2z = 8$  (D)  $x + 2y + 2z = 12$
- 若  $f(x)$  存在反函數  $f^{-1}(x)$  且  $f(x) + f(-x) = 3$ ，則  $f^{-1}(x-3) + f^{-1}(6-x) = ?$   
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$  的收斂區間為：  
(A) [-1, 1] (B) [-1, 1) (C) (-1, 1] (D) (-1, 1)
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} = ?$   
(A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D)  $\infty$

17. 下列何者為奇函數？

- (A)  $y = \cos x$     (B)  $y = x^4 + 3x^2$     (C)  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$     (D)  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

18. 設  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ，且  $A^2 + xA + yI = \underline{O}$ ，試求數對  $(x, y)$  為何？

- (A)  $(-5, 2)$     (B)  $(5, 2)$     (C)  $(2, 5)$     (D)  $(-2, 5)$

19. 試求三階行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \\ 9 & 25 & 49 \end{vmatrix}$  的值為何？

- (A) 0    (B) 1    (C) 15    (D) 16

20. 若  $P = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，且平面上二點  $A(2, 3)$  和  $B(1, 4)$  經過  $P$  變換後落在  $C(1, 0)$  和  $D(0, 1)$ ，下列敘述何者錯誤？

- (A)  $a = 2d$     (B)  $b = 3c$     (C)  $2a + d = 2$     (D)  $b + c + d = 0$

21. 若  $\alpha, \beta, \gamma$  為方程式  $x^3 - 8x^2 + 13x - 6 = 0$  的三個解，則  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = ?$

- (A) 38    (B) 42    (C) 46    (D) 48

22. 有一橋不知其寬，只知長 15 公尺的圓木材流過橋下需 14 秒，長 23 公尺的圓木材流過橋下需 18 秒，則橋寬是多少公尺？

- (A) 8    (B) 10    (C) 13    (D) 15

23. 已知一多項式  $W$ ，如果  $W \div (x+1)$  的餘式為 1，則  $[W \times (x-1)] \div (x+1)$ ，所得餘式為何？

- (A) 1    (B) 2    (C) -2    (D) -1

24. 若  $0.9 < a < 1$ ，請比較  $a, b = a^a, c = a^b$  三數的大小順序。

- (A)  $b > a > c$     (B)  $b > c > a$     (C)  $a > b > c$     (D)  $c > b > a$

25. 設  $a, b, c$  為分數， $ax^2 + bx + c = 0$  的兩根都是分數，則  $b^2 - 4ac$  有可能為何？

- (A) 6    (B) 7    (C) 8    (D) 9

26. 設  $a_1 = 0, a_2 = 1$ ，且  $7a_n = 4a_{n+1} + 3a_{n-1}, n \geq 2, n$  為正整數，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$

- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4

27. 設  $\log x + \log y = 1$ ，若  $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 12$  的最小值為  $a$ ，則：

- (A)  $0 < a < 1$     (B)  $1 < a < 2$     (C)  $2 < a < 3$     (D)  $3 < a < 4$

28. 設  $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ， $x^n - 1 = 0$  之根為  $1, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ ，求  $(1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_{n-1})$  之值 = ?

- (A) 0    (B)  $n-2$     (C)  $n-1$     (D)  $n$

29. 設  $x, y \in \mathbb{R}, 4x^2 + y^2 = 1$ ，若  $x^2 + \frac{1}{2}|y|$  的最大值為  $a$ ，最小值為  $b$ ，求  $a + b = ?$

- (A) 1    (B) 2    (C)  $\frac{1}{4}$     (D)  $\frac{3}{4}$

30. 已知  $\sqrt{5}y = x + 5z$ ，下列敘述何者正確？

- (A)  $y^2 > 4xz$     (B)  $y^2 \geq 4xz$     (C)  $y^2 < 4xz$     (D)  $y^2 \leq 4xz$

31. 設  $a \in \mathbb{R}$ ，方程式  $x^2 + a|x| + a^2 - 6 = 0$  有唯一的實數解，則  $a = ?$

- (A)  $\pm 2\sqrt{2}$     (B)  $2\sqrt{2}$     (C)  $\pm\sqrt{6}$     (D)  $\sqrt{6}$

32. 設  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$  能被  $x^2 - 1$  整除，求  $a - 4b$  之值為何？

- (A) -1    (B) 0    (C) 1    (D) 2

33. 設  $A = 59^5 + 5 \times 59^4 + 10 \times 59^3 + 10 \times 59^2 + 5 \times 59 + 1$ ，則  $A$  的正整數因數共有多少個？

- (A) 250    (B) 396    (C) 412    (D) 486

34. 從  $1, 2, \dots, 100$  這 100 個正整數中，最多可取多少個數出來，使得任意兩個數的和都不為 9 的倍數？

- (A) 46    (B) 47    (C) 48    (D) 49

35. 計算積分  $\int_{-2}^2 \frac{2x+4x^3}{1+x^2+x^4} dx = ?$

- (A) 0 (B)  $\ln 21$  (C)  $-\ln 21$  (D) 1

36. 設  $\alpha$ 、 $\beta$  為  $x^2+5x+4=0$  的二根，則  $(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2 = ?$

- (A) -9 (B) -1 (C) 1 (D) 9

37. 已知  $\theta$  為一銳角，且  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ ，下列敘述何者正確？

- (A)  $\cot \theta = \frac{4}{3}$  (B)  $\tan \theta = -\frac{3}{4}$  (C)  $\sec \theta = \frac{5}{3}$  (D)  $\cos \theta = -\frac{4}{5}$

38. 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三個連續正偶數，若  $ab+bc=288$ ，則  $a+b+c = ?$

- (A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 42

39. 若  $-2 < \frac{x^2}{x-4} < 0$ ，則下列何者正確？

- (A)  $x > 4$  或  $-4 < x < 2$  (B)  $x < 4$  (C)  $-4 < x < 0$  或  $0 < x < 2$  (D)  $x < -4$

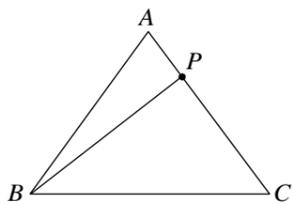
40. 若  $3^{60}$  乘開後為  $x$  位數，最高位數字為  $y$ ，個位數字為  $z$ ，下列何者錯誤？

- (A)  $yz|x$  (B)  $x+y+z=34$  (C)  $z|y$  (D)  $x=7y+z$

41. 已知正  $m$  邊形與正  $n$  邊形的一個內角度數比為  $9:10$ ，則直線  $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$  必須經過下列哪一點？

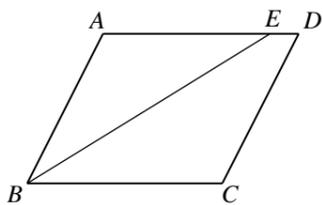
- (A)  $(20, -18)$  (B)  $(-18, 20)$  (C)  $(-20, 18)$  (D)  $(-20, -18)$

42. 如附圖， $\triangle ABC$  中，有一點  $P$  在  $\overline{AC}$  上移動。若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP}$  的最小值為何？



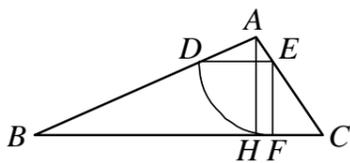
- (A) 8 (B) 8.8 (C) 9.8 (D) 10

43. 如附圖， $ABCD$  為平行四邊形， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ 。若  $\angle B$  的角平分線交  $\overline{AD}$  於  $E$  點，則  $\triangle ABE$  和四邊形  $EDCB$  的面積比為何？



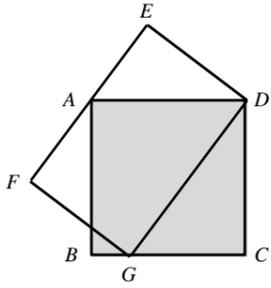
- (A)  $6:7$  (B)  $5:6$  (C)  $4:5$  (D)  $3:4$

44. 如附圖， $\triangle ABC$  中，四分之一圓與  $\overline{BC}$  切於  $F$  點， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ ，半徑  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若  $\overline{AH} = 10$ ， $\overline{BC} = 30$ ，則  $\overline{EF} = ?$



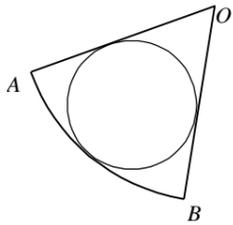
- (A) 5.5 (B) 6.5 (C) 7.5 (D) 8.5

45. 如附圖，正方形 ABCD 的邊長是 8 公分， $\overline{CG}$  為 6 公分，則長方形 DEFG 的寬  $\overline{DE}$  是多少公分？



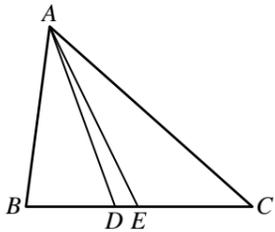
- (A) 4.8    (B) 6    (C) 6.4    (D) 7.2

46. 如附圖，扇形 OAB 半徑為 6， $\angle O$  為 60 度，內有一圓與  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\widehat{AB}$  都相切，求內切圓的半徑是多少？



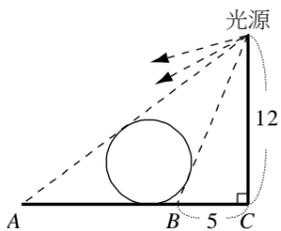
- (A)  $\sqrt{3}$     (B)  $\sqrt{6}$     (C) 1.5    (D) 2

47. 如附圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{AD}$  為  $\angle BAC$  的角平分線，E 為  $\overline{BC}$  中點，則  $\overline{DE} = ?$



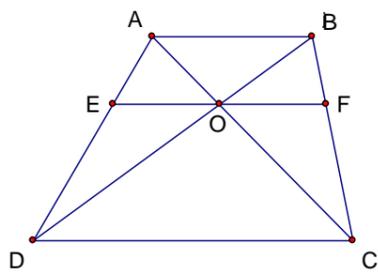
- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4

48. 如附圖，距離地面 12 公分處有一點光源，使半徑為 3 公分的小球留在地面上的影長為  $\overline{AB}$ 。若  $\overline{BC} = 5$ ，則  $\overline{AB} = ?$



- (A) 10    (B) 11    (C) 12    (D) 13

49. 如附圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{CD} = 4$ ，兩對角線交於 O 點，過 O 作 EF 使得  $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ，求  $\overline{EF}$  之長為：



- (A)  $\frac{7}{3}$     (B)  $\frac{8}{3}$     (C)  $\frac{9}{3}$     (D)  $\frac{10}{3}$

50. 有一矩形的四個頂點分別為  $A(0,0)$ ， $B(0,-2)$ ， $C(3,-2)$ ， $D(3,0)$ 。在矩形周界上任取一點 P，使得 P 到原點的距離小於 P 到點  $(4,-1)$  的距離的機率為何？

- (A)  $\frac{17}{25}$     (B)  $\frac{13}{16}$     (C)  $\frac{15}{23}$     (D)  $\frac{23}{40}$

【試題結束】