

104 學年度中區縣市政府教師甄選策略聯盟

國中數學試題

選擇題（請以 2B 鉛筆於答案卡上作答，單選題；答錯不倒扣）每題 2 分，共 100 分

- 著名的七橋問題是與下列哪一位數學家所研究的：
(A) 柏努力 (B) 費馬 (C) 尤拉 (D) 高斯
- 某工廠有三部機器 A、B、C，產量分別占全部產量的 60%、30%、10%，又設三部機器所生產的不良品比率依次為 2%、3%、4%，由全部產品中任取一產品，若發現此產品為不良品，則產自 B 機器的機率為：
(A) 7/25 (B) 12/25 (C) 9/25 (D) 16/25
- 若同時投擲一枚不公平的硬幣與一枚公平的硬幣一次，兩枚都出現正面的機率是 $\log 3$ ，試問只投擲該枚不公平的硬幣一次時，出現正面的機率為何？
(A) $\sqrt{\log 3}$ (B) $\frac{1}{2}\log 3$ (C) $2\log 3$ (D) $(\log 3)^2$
- 擲一個骰子兩次，第一次點數大於第二次點數的機率為：
(A) 1/3 (B) 5/12 (C) 4/9 (D) 7/12
- 從 1,2,...,9 這 9 個數字中，一次任意抽取 3 個數字，求其中至少有兩個數字是連續正整數的情形有多少種？
(A) 42 (B) 49 (C) 54 (D) 58
- 根據內政部統計，50 歲的國民五年生存的機率為 0.92。王先生今年 50 歲，向壽險公司投保五年期人壽保險 4,000,000 元，保費 350,000 元一次繳清。請問壽險公司獲利的期望值是多少元？
(A) 350,000 (B) 322,000 (C) 292,000 (D) 30,000
- 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^3+bx^2+2}{(x-1)(2x-1)} = 2$ ，求 $a-2b=?$
(A) 0 (B) 22 (C) 4 (D) -8
- 設 $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2-1}$ ，下列敘述何者錯誤？
(A) $f(x)$ 有水平漸近線 $y = 1$ (B) $f(x)$ 有水平漸近線 $y = (-1)$ (C) $f(x)$ 有垂直漸近線 $x = 1$ (D) $f(x)$ 有垂直漸近線 $x = (-1)$
- 下列何者不是線性微分方程：
(A) $y' = (\sin x)y + e^x$ (B) $y' = 5$ (C) $y' + xy = e^x y$ (D) $y' + \frac{x}{y} = 0$
- $\int_0^{\pi/4} \sin^3 2x \cos 2x \, dx = ?$
(A) 1/16 (B) 1/12 (C) 1/8 (D) 1/4
- 試計算由 $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ 、 $x = 2$ 與 x 軸，從 $x = -1$ 至 $x = 2$ 所包圍的面積為：
(A) 21/4 (B) 11/2 (C) 23/4 (D) 25/4
- 函數 $f(x,y) = (x^3 + x)y^2$ ，則此一函數之偏微分 $f_{xy}(0,1) = ?$
(A) 0 (B) -2 (C) 4 (D) 2
- 試求曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ，求在 (1,2,2) 的切平面方程式為：
(A) $x + 2y + 2z = 18$ (B) $x + 2y + 2z = 9$ (C) $x + 2y + 2z = 8$ (D) $x + 2y + 2z = 12$
- 若 $f(x)$ 存在反函數 $f^{-1}(x)$ 且 $f(x) + f(-x) = 3$ ，則 $f^{-1}(x-3) + f^{-1}(6-x) = ?$
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ 的收斂區間為：
(A) $[-1, 1]$ (B) $[-1, 1)$ (C) $(-1, 1]$ (D) $(-1, 1)$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} = ?$
(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) ∞

17.下列何者為奇函數？

- (A) $y = \cos x$ (B) $y = x^4 + 3x^2$ (C) $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ (D) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

18.設 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ，且 $A^2 + xA + yI = \underline{O}$ ，試求數對 (x, y) 為何？

- (A) $(-5, 2)$ (B) $(5, 2)$ (C) $(2, 5)$ (D) $(-2, 5)$

19.試求三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \\ 9 & 25 & 49 \end{vmatrix}$ 的值為何？

- (A) 0 (B) 1 (C) 15 (D) 16

20.若 $P = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，且平面上二點 $A(2, 3)$ 和 $B(1, 4)$ 經過 P 變換後落在 $C(1, 0)$ 和 $D(0, 1)$ ，下列敘述何者錯誤？

- (A) $a = 2d$ (B) $b = 3c$ (C) $2a + d = 2$ (D) $b + c + d = 0$

21.若 α 、 β 、 γ 為方程式 $x^3 - 8x^2 + 13x - 6 = 0$ 的三個解，則 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = ?$

- (A) 38 (B) 42 (C) 46 (D) 48

22.有一橋不知其寬，只知長 15 公尺的圓木材流過橋下需 14 秒，長 23 公尺的圓木材流過橋下需 18 秒，則橋寬是多少公尺？

- (A) 8 (B) 10 (C) 13 (D) 15

23.已知一多項式 W ，如果 $W \div (x+1)$ 的餘式為 1，則 $[W \times (x-1)] \div (x+1)$ ，所得餘式為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) -2 (D) -1

24.若 $0.9 < a < 1$ ，請比較 a 、 $b = a^a$ 、 $c = a^b$ 三數的大小順序。

- (A) $b > a > c$ (B) $b > c > a$ (C) $a > b > c$ (D) $c > b > a$

25.設 a 、 b 、 c 為分數， $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根都是分數，則 $b^2 - 4ac$ 有可能為何？

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

26.設 $a_1 = 0$ ， $a_2 = 1$ ，且 $7a_n = 4a_{n+1} + 3a_{n-1}$ ， $n \geq 2$ ， n 為正整數，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

27.設 $\log x + \log y = 1$ ，若 $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 12$ 的最小值為 a ，則：

- (A) $0 < a < 1$ (B) $1 < a < 2$ (C) $2 < a < 3$ (D) $3 < a < 4$

28.設 $n \in N$ ， $n > 1$ ， $x^n - 1 = 0$ 之根為 $1, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ ，求 $(1-a_1)(1-a_2) \cdots (1-a_{n-1})$ 之值=？

- (A) 0 (B) $n-2$ (C) $n-1$ (D) n

29.設 $x, y \in R$ ， $4x^2 + y^2 = 1$ ，若 $x^2 + \frac{1}{2}|y|$ 的最大值為 a ，最小值為 b ，求 $a + b = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$

30.已知 $\sqrt{5}y = x + 5z$ ，下列敘述何者正確？

- (A) $y^2 > 4xz$ (B) $y^2 \geq 4xz$ (C) $y^2 < 4xz$ (D) $y^2 \leq 4xz$

31.設 $a \in R$ ，方程式 $x^2 + a|x| + a^2 - 6 = 0$ 有唯一的實數解，則 $a = ?$

- (A) $\pm 2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $\pm \sqrt{6}$ (D) $\sqrt{6}$

32.設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ 能被 $x^2 - 1$ 整除，求 $a - 4b$ 之值為何？

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

33.設 $A = 59^5 + 5 \times 59^4 + 10 \times 59^3 + 10 \times 59^2 + 5 \times 59 + 1$ ，則 A 的正整數因數共有多少個？

- (A) 250 (B) 396 (C) 412 (D) 486

34.從 1, 2, ..., 100 這 100 個正整數中，最多可取多少個數出來，使得任意兩個數的和都不為 9 的倍數？

- (A) 46 (B) 47 (C) 48 (D) 49

35. 計算積分 $\int_{-2}^2 \frac{2x+4x^3}{1+x^2+x^4} dx = ?$

- (A) 0 (B) $\ln 21$ (C) $-\ln 21$ (D) 1

36. 設 α 、 β 為 $x^2 + 5x + 4 = 0$ 的二根，則 $(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta})^2 = ?$

- (A) -9 (B) -1 (C) 1 (D) 9

37. 已知 θ 為一銳角，且 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ ，下列敘述何者正確？

- (A) $\cot \theta = \frac{4}{3}$ (B) $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ (C) $\sec \theta = \frac{5}{3}$ (D) $\cos \theta = -\frac{4}{5}$

38. 若 a 、 b 、 c 為三個連續正偶數，若 $ab + bc = 288$ ，則 $a + b + c = ?$

- (A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 42

39. 若 $-2 < \frac{x^2}{x-4} < 0$ ，則下列何者正確？

- (A) $x > 4$ 或 $-4 < x < 2$ (B) $x < 4$ (C) $-4 < x < 0$ 或 $0 < x < 2$ (D) $x < -4$

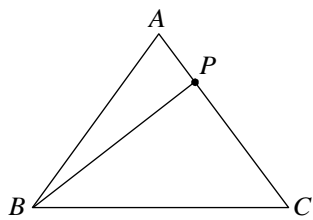
40. 若 3^{60} 乘開後為 x 位數，最高位數字為 y ，個位數字為 z ，下列何者錯誤？

- (A) $yz \mid x$ (B) $x + y + z = 34$ (C) $z \mid y$ (D) $x = 7y + z$

41. 已知正 m 邊形與正 n 邊形的一個內角度數比為 $9:10$ ，則直線 $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$ 必須經過下列哪一點？

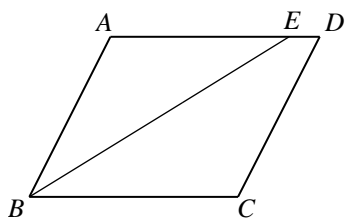
- (A) $(20, -18)$ (B) $(-18, 20)$ (C) $(-20, 18)$ (D) $(-20, -18)$

42. 如附圖， $\triangle ABC$ 中，有一點 P 在 \overline{AC} 上移動。若 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP}$ 的最小值為何？



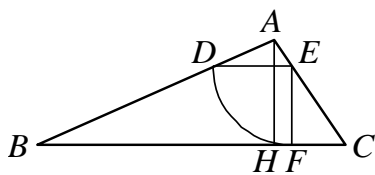
- (A) 8 (B) 8.8 (C) 9.8 (D) 10

43. 如附圖， $ABCD$ 為平行四邊形， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ 。若 $\angle B$ 的角平分線交 \overline{AD} 於 E 點，則 $\triangle ABE$ 和四邊形 $EDCB$ 的面積比為何？



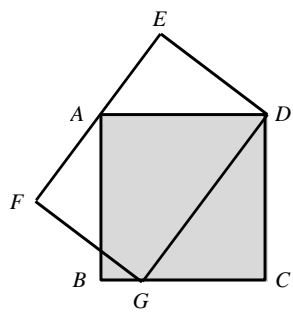
- (A) $6:7$ (B) $5:6$ (C) $4:5$ (D) $3:4$

44. 如附圖， $\triangle ABC$ 中，四分之一圓與 \overline{BC} 切於 F 點， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ ，半徑 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\overline{AH} = 10$ ， $\overline{BC} = 30$ ，則 $\overline{EF} = ?$



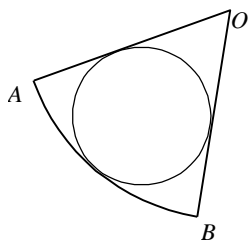
- (A) 5.5 (B) 6.5 (C) 7.5 (D) 8.5

45.如附圖，正方形 ABCD 的邊長是 8 公分， \overline{CG} 為 6 公分，則長方形 DEFG 的寬 \overline{DE} 是多少公分？



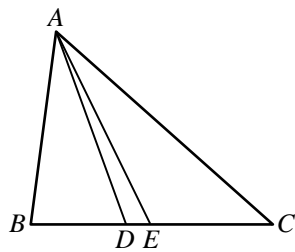
- (A) 4.8 (B) 6 (C) 6.4 (D) 7.2

46. 如附圖，扇形 OAB 半徑為 6， $\angle O$ 為 60 度，內有一圓與 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \widehat{AB} 都相切，求內切圓的半徑是多少？



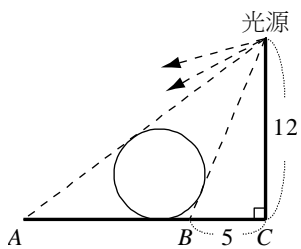
- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) 1.5 (D) 2

47.如附圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{AC} = 12$ ， \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，E 為 \overline{BC} 中點，則 $\overline{DE} = ?$



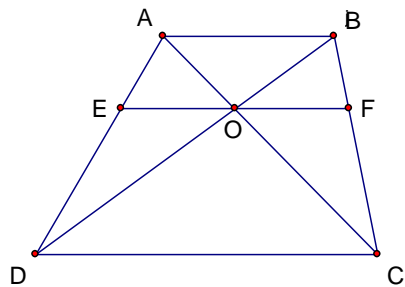
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

48.如附圖，距離地面 12 公分處有一點光源，使半徑為 3 公分的小球留在地面上的影長為 \overline{AB} 。若 $\overline{BC} = 5$ ，則 $\overline{AB} = ?$



- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

49.如附圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{CD} = 4$ ，兩對角線交於 O 點，過 O 作 EF 使得 $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ，求 \overline{EF} 之長為：



- (A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{9}{3}$ (D) $\frac{10}{3}$

50.有一矩形的四個頂點分別為 $A(0,0)$ ， $B(0,-2)$ ， $C(3,-2)$ ， $D(3,0)$ 。在矩形周界上任取一點 P，使得 P 到原點的距離小於 P 到點 $(4,-1)$ 的距離的機率為何？

- (A) $\frac{17}{25}$ (B) $\frac{13}{16}$ (C) $\frac{15}{23}$ (D) $\frac{23}{40}$

【試題結束】