

新竹市 108 學年度 國民中學數校聯合教師甄選 數學科專業科目試題

圓周率是定值 (C)可以畫出兩個全等圖形。(D)垂直於同一直線的兩直線會保持等距。

24. 兩個罐子裝有不同重量的酒精溶液，其中水與酒精的重量比分別為 3:1 和 1:1，若將這兩罐溶液全倒入一個較大的容器中且沒有溢出，則後來所得的混合液中，水與酒精的重量比可能是多少？
(A) 2:1 (B) 3:1 (C) 4:1 (D) 以上皆不可能。
25. 已知二次函數 $y=f(x)=ax^2+bx+c$ 函數圖形通過(0,3)、(3,3)、(4,8)，則以下敘述何者錯誤？
(A) $f(0)=3$ (B) $f(-1)=8$ (C) 在 $x=1.5$ 時， y 有最大值。(D) 在 $x=1.5$ 時， y 有最小值。
26. 曆 3 月瘋媽祖，為表虔誠，小明決定用走路或騎 U-BIKE 腳踏車從家裡往返媽祖廟。前一半路程步行，後一半路程騎 U-BIKE；後來他從媽祖廟返家時，前 $\frac{1}{3}$ 時間騎 U-BIKE，後 $\frac{2}{3}$ 時間步行。結果去程的時間比返家所用的時間多 20 分鐘。已知小明步行平均每分鐘走 80 公尺，乘車平均每分鐘行駛 240 公尺，則下列敘述何者正確？(A) 小明家距媽祖廟是多少 36 公里？(B) 早上走 160 分鐘，(C) 下午騎車 50 分鐘。(D) 下午走路 2 小時。
27. 若 $a=\sqrt{13}-\sqrt{11}$ ， $b=\sqrt{15}-\sqrt{13}$ ， $c=\sqrt{17}-4$ ，比較 a 、 b 、 c 三數大小。
(A) $a=b=c$ (B) $a<b<c$ (C) $a>b>c$ (D) $a>c>b$
28. 下面關於重心的敘述，哪一個是正確的？
(A) 用手轉筆或轉書，走鋼索，當重心被撐住了就可以保持平衡，這平衡指的是重量的相等。
(B) 三角形的重心就在中線上，中線可以平分三角形的面積，所以通過重心的線一定可以平分面積。
(C) 通過重心的任意直線，都可以讓三角形保持平衡
(D) 平分三角形面積的任意直線，都可以讓三角形保持平衡
29. 有 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 三個角在聊天， $\angle 1$ 說：「我和 $\angle 2$ 互補」， $\angle 2$ 說：「我和 $\angle 3$ 互餘」， $\angle 3$ 又說：「我的角度是 25° 」，則 $\angle 1$ 究竟是幾度呢？(A) 105° (B) 115° (C) 125° (D) 135°
30. 某電梯最大安全載重為 500 公斤，今有兩個工人欲搬 100 箱的書上十樓，已知兩個工人體重都為 60 公斤，而書每箱重 40 公斤，則請問兩個工人須搭電梯幾次才能將所有的書箱搬至十樓？(每次兩個工人同時進出電梯，且上下樓均各計算一次) (A) 21 (B) 32 (C) 31 (D) 23 次
31. $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ 的非負整數解共有多少組？ (A) 36 (B) 66 (C) 86 (D) 120
32. 若「 \odot 」是一個新的運算符號，則下列哪一個選項顯示 \odot 運算具有交換律及結合律？
(A) $a \odot b = a$ (B) $a \odot b = 2(a+b)$ (C) $a \odot b = 2a+b$ (D) $a \odot b = a+b+1$
33. 已知兩圓的方程式分別為 $C_1: x^2 + y^2 + 6x - 16 = 0$ ， $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 16y + 48 = 0$ ，則此兩圓的位置關係為何？(A) 外離 (B) 內離 (C) 相交於兩點 (D) 相切
34. 設 θ 為廣義角，則下列選項何者錯誤？ (A) $\sin(180 - \theta) = \sin \theta$ (B) $\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$
(C) 若 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，則 $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ (D) 若 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ，則 $\sin \theta = -\sqrt{1 - \cos^2 \theta}$
35. 方程式 $4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$ 在下列哪一個區間有實根？(A) (-1,0) (B) (0,1) (C) (1,2) (D) (2,3)
36. $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+100} = ?$ (A) $\frac{99}{100}$ (B) $\frac{99}{101}$ (C) $\frac{100}{101}$ (D) 1
37. 下列哪一個是收斂數列？(A) $\langle (\frac{101}{100})^n \rangle$ (B) $\langle (-\frac{2}{3})^n \rangle$ (C) $\langle (-2)^n \rangle$ (D) $\langle (3 - \frac{1}{2})^n \rangle$
38. 設 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ， $f(x) = a^x$ ， x_1, x_2 為相異實數，則下列何者為真？
(A) 若 $x_1 > x_2$ 則 $f(x_1) > f(x_2)$ (B) $\frac{a^{x_1} + a^{x_2}}{2} > a^{\frac{x_1+x_2}{2}}$ (C) $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ (D) $f(x)$ 之圖形與 y 軸交於 2 點

新竹市 108 學年度 國民中學數校聯合教師甄選 數學科專業科目試題

39. 設 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{49}$ ，則 S 為幾位數？ (A) 15 (B) 16 (C) 23 (D) 24
40. $f(x)=(x^2-6x)^2-2(x^2-6x)-3$ ，若 $x=3+i$ ，則 $f(x)=$ ？ (A) 69 (B) 77 (C) 107 (D) 117
41. 設 $f(x)=ax^5+bx^3+cx-5$ ，若 $f(3)=8$ ，則 $f(-3)=$ ？ (A) -8 (B) 13 (C) -13 (D) -18
42. 請問 $\sin 70^\circ$ 、 $\sin 146^\circ$ 、 $\sin 219^\circ$ 、 $\sin 292^\circ$ 、 $\sin 365^\circ$ 這五個數值的中位數是哪一個？
(A) $\sin 70^\circ$ (B) $\sin 219^\circ$ (C) $\sin 292^\circ$ (D) $\sin 365^\circ$
43. 給定下列有關 $\triangle ABC$ 的條件，何者可以確定圍成一個鈍角三角形？ (A) $\sin A:\sin B:\sin C=6:7:14$
(B) $\sin A=\sin B=\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\cos^2 A+\cos^2 B>1+\cos^2 C$ (D) $\overline{AB}=\sqrt{3}+1$ ， $\overline{AC}=2$ ， $\angle B=45^\circ$
44. 在坐標平面上，滿足

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \geq 2 \\ 3x+5y \leq 25 \end{cases}$$
 的格子點共有幾個？ (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27
45. 某班數學期末考成績的平均數為 40，標準差為 8。若老師將每位學生的分數乘以 2 再加 5 分，則此班學生數學期末考成績的平均數及標準差變化為何？
(A) 平均數為 85，標準差為 21 (B) 平均數為 80，標準差為 8
(C) 平均數為 85，標準差為 16 (D) 平均數為 80，標準差為 16
46. 陳老師證明了 $x^2=2^x$ 有兩個正實數解及一個負實數解後，進一步說在此方程式兩邊各取 \log_2 得 $2\log_2 x=x$ ，接著陳老師要同學討論此新方程式有多少實數解？
 小英說：恰有一個實數解
 小明說：恰有兩個實數解
 小華說：沒有實數解
 小友說：仍然有兩個正實數解及一個負實數
 請問誰的說法正確？ (A) 小英 (B) 小明 (C) 小華 (D) 小友
47. 從 $\{0,1,2,3,4,5\}$ 這六個數中取出三個數(不重覆)排成三位數，則此三位數有幾個？
(A) 60 (B) 100 (C) 110 (D) 120
48. 在 0~9 中任選四個不重覆的數字填入 $\frac{\square\square}{\square\square}$ 的方格中，使分數的分子及分母均為二位數且大小恰等於 $\frac{1}{4}$ ，問填入數字的方法有幾種？ (A) 7 種 (B) 8 種 (C) 9 種 (D) 10 種
49. $4^3+5^3+6^3+\cdots+14^3+15^3=$ ？ (A) 12544 (B) 12996 (C) 14364 (D) 18496
50. 坐標平面上， $y=2x^3$ 的圖形經由哪一種方式移動後，可以得到 $y=2x^3-6x^2+6x-1$ 的圖形？
(A) 先向右 1 單位，再向上 1 單位 (B) 先向右 1 單位，再向下 1 單位
(C) 先向左 1 單位，再向上 1 單位 (D) 先向左 1 單位，再向下 1 單位