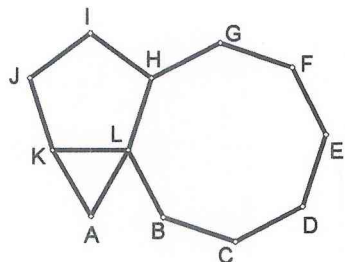


新竹市 108 學年度 國民中學數校聯合教師甄選 數學科專業科目試題

- 規定一運算「 $*$ 」規則為 $a*b = a^2 + b^3 + 1$ ，其中 a, b 為二實數，試問 $(2*1)*[3*(-2)] = ?$
(A) 42 (B) 43 (C) 44 (D) 45
- 已知 $0^\circ < x < 90^\circ$ ，如果 $\tan x = \frac{\sin 10^\circ + \sin 40^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 40^\circ}$ ，則 x 之值為多少？(A) 20° (B) 25° (C) 30° (D) 50°
- 設 n 為正整數，則 $C_1^n + 3C_2^n + 3^2C_3^n + 3^3C_4^n + \cdots + 3^{n-1}C_n^n = ?$ (A) $\frac{4^n - 1}{3}$ (B) $\frac{4^n}{3}$ (C) $4^n - 1$ (D) 4^n
- 已知一數列 $\{a_n\}$ 滿足： $a_1 = 2$ 且 $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ ，其中 n 為任意正整數，則 $a_{2019} = ?$
(A) -3 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 2
- 設 n 為正整數，如果二次函數 $y = 8^n x^2 - 2^n(2^n + 1)x + 1$ 的圖形與 x 軸交於二點 A_n, B_n ，且令線段 $\overline{A_n B_n}$ 之長為 L_n ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} L_n = ?$ (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$
- 設袋中有 100 個球，分別編號為 1, 2, 3, ..., 100，今從袋中任取出一球，假設每一個球被取出的機會都相等，那麼取到球的號碼與 15 互質之機率為何？(A) $\frac{43}{100}$ (B) $\frac{47}{100}$ (C) $\frac{53}{100}$ (D) $\frac{57}{100}$
- 已知直角三角形 ABC 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ，且 $\overline{BC} = 12$ 。以 A 為圓心，半徑長 5 作弧，交 \overline{AC} 於 D 點；又以 C 為圓心，半徑長 12 作弧，交 \overline{AC} 於 E 點，那麼線段 \overline{DE} 的長為下列何者？
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
- 試求 $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5})(-\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})$ 為下列何者？
(A) $2\sqrt{6}$ (B) $4\sqrt{6}$ (C) 12 (D) 24
- 已知實數 x, y 滿足條件 $\sin x + \sin y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，與 $\cos x + \cos y = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，則 $\sin(x + y)$ 之值為下列何者？
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- 設 n 為正整數，如果 n 加上 292 後為一個完全平方數(即為某一個整數的平方)；如果 n 加上 200 後為另一個完全平方數，試問 n 之值為何？(A) 284 (B) 285 (C) 286 (D) 287
- 試求無窮級數 $1 + 2 \times \left(\frac{1}{2019}\right) + 3 \times \left(\frac{1}{2019}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2019}\right)^3 + 5 \times \left(\frac{1}{2019}\right)^4 + \cdots = ?$
(A) $\left(\frac{2018}{2019}\right)^2$ (B) $\left(\frac{2019}{2018}\right)^2$ (C) $\left(\frac{2019}{2020}\right)^2$ (D) $\left(\frac{2020}{2019}\right)^2$
- 試問 $\log_{10}(\tan 1^\circ) + \log_{10}(\tan 2^\circ) + \log_{10}(\tan 3^\circ) + \cdots + \log_{10}(\tan 88^\circ) + \log_{10}(\tan 89^\circ) = ?$
(A) 0 (B) $\frac{1}{2}\log_{10}(\sqrt{3})$ (C) $\frac{1}{2}\log_{10} 2$ (D) 1

新竹市 108 學年度 國民中學數校聯合教師甄選 數學科專業科目試題

13. 如圖， $\triangle AKL$ 為正三角形， $Hijkl$ 為正五邊形，以及 $BCDEFGHL$ 為正八邊形，且 L 為此三圖形之公共頂點，試問 $\angle ALB$ 的度數為多少度？(A) 43° (B) 57° (C) 60° (D) 75°



14. 已知實數 $a \neq 1, b \neq 1$ 滿足條件 $3a^2 + 2019a + 7 = 0$ 與 $7b^2 + 2019b + 3 = 0$ ，則 $\frac{b}{a}$ 之值為何？

- (A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $-\frac{2019}{7}$ (D) -673

15. 正整數 x, y 滿足 $5 < x + y \leq 10$ 的解 (x, y) 共有多少個？(A) 25 (B) 26 (C) 30 (D) 35

16. 有 36 個梨子分給甲、乙、丙三人，如果甲、乙所得到的梨子個數和，與乙、丙的個數和，與甲、丙的個數和之比為 $2:3:4$ ，則丙分的到幾個梨子？(A) 4 (B) 12 (C) 20 (D) 24

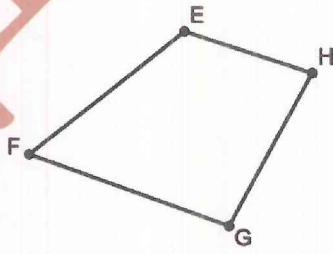
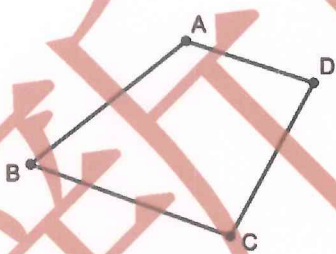
17. 將 $3^2 \times 4^{16} \times 5^{25}$ 乘開後是幾位數？(A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30

18. 自 1 至 100 這 100 個正整數中，個位數是 7 的質數共有多少個數？(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

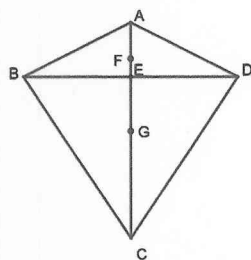
19. 設 m, n 為互質的正整數，且 $\frac{1}{3} < \frac{m}{n} < 1$ ，如果將此分數 $\frac{m}{n}$ 的分子加上一個正整數 k ，且分母乘以 k 後所得之新的分數，其值仍等於 $\frac{m}{n}$ ，那麼滿足這樣條件的分數 $\frac{m}{n}$ 共有幾個？(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

20. 試問方程式 $(x^2 - x - 1)^{x^2} = 1$ 共有多少個整數解 x ？(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

21. 已知下面兩個四邊形， $\overline{AB} = \overline{EF}$ 、 $\overline{BC} = \overline{FG}$ 、 $\overline{CD} = \overline{GH}$ 、 $\overline{DA} = \overline{HE}$ ，請問增加哪一個選項的條件仍然無法讓兩個四邊形全等？(A) $\angle A = \angle E$ (B) $\overline{BD} = \overline{FH}$ (C) 分別在 \overline{AB} 、 \overline{AD} 、 \overline{EF} 、 \overline{EH} 上取 P 、 Q 、 R 、 S 四個點，使得 $\overline{AP} = \overline{ER}$ ， $\overline{AQ} = \overline{ES}$ ， $\overline{PQ} = \overline{RS}$ 。(D) 以上都可以讓兩個四邊形全等。



22. 如下圖， $ABCD$ 為鸞形， F 、 G 分別為 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的重心，關於四邊形 $ABCD$ 的重心 H 位置的敘述，何者正確？(A) 重心 H 即為 \overline{AC} 、 \overline{BD} 的交點 E 。(B) 重心 H 在 \overline{AC} 上，且 $\overline{HF} : \overline{HG} = 1 : 1$ 。(C) 重心 H 在 \overline{AC} 上，且 $\overline{HA} : \overline{HC} = 1 : 1$ 。(D) 重心 H 在 \overline{AC} 上，且 $\overline{HF} : \overline{HG} = \overline{EG} : \overline{EF}$ 。



23. 在平面上」有很多幾何性質，哪一種幾何性質「不在平面上」也會是對的？(A) 三角形內角和 180° (B)