

112 學年度嘉義市立大業實驗國民中學教師甄選

數 學 科

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答

※請先確認你的答案卡、准考證與座位號碼是否一致無誤。

請閱讀以下測驗作答說明

考生作答說明：

- 一、請先檢視答案卡數學科目、准考證號碼是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、本試題計有：選擇題**20**題。共70分鐘。
- 三、答案卡請使用黑色**2B**鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 四、答案卡與試題卷須一起繳交，始可離開試場。
- 五、請務必於試題封面填上准考證號碼。

准考證號碼：

1. 今投擲一公正骰子三次，在前兩次點數和等於第三次之點數的情況下，試問至少出現一個3的機率是多少？

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{7}{15}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{8}{15}$

2. 已知 F_1 、 F_2 為橢圓 $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{32} = 1$ 之二焦點， \overline{AB} 為過 F_1 之一焦弦，若 $\triangle ABF_2$ 的面積為 32，

則 \overline{AB} 之長為下列哪一個選項？

(A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 36

3. 矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & a & 6 \\ 2 & b & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 經矩陣列運算後可化簡得 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & c \end{bmatrix}$ ，試求 $a+b+c$ 之值為下列

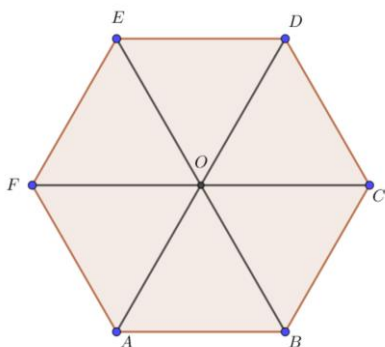
哪一個選項？

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5

4. 設 $A = \frac{\sqrt{2}}{4} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，試求使得 $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的最小正整數 n 。

(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 36

5. 如下圖， $ABCDEF$ 為一正六邊形， O 為正六邊形的中心點。試問 $|\overline{AB} \times \overline{AD}|$ 會是 $\triangle OAB$ 面積的幾倍？



(A) 1倍 (B) 2倍 (C) 3倍 (D) 4倍

6. 若空間中有一平面通過 $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$, $(0, 0, 5)$, $(1, 4, 5)$ 四點，其中 a, b 為實數，則下列敘述何者正確？
 (A) $a > 0, b > 0$ (B) $ab < 0$ (C) $a < 0, b < 0$ (D) $a = 0$ 或 $b = 0$
7. Which of the following is the greatest number ?
 (A) $\cos \sin 1$ (B) $\cos \sin 2$ (C) $\sin \cos 1$ (D) $\sin \cos 2$
8. What is the sum of all possible values of t between 0 and 360 such that the triangle in the coordinate plane whose vertices are $(\cos 50^\circ, \sin 50^\circ)$, $(\cos 70^\circ, \sin 70^\circ)$, and $(\cos t^\circ, \sin t^\circ)$ is the isosceles?
 (A) 300 (B) 330 (C) 390 (D) 420
9. 設 $5^{2x} = 2 + \sqrt{3}$ ，求 $\frac{5^{3x} + 5^{-3x}}{5^x - 5^{-x}}$ 之值為下列哪一個選項？
 (A) 5 (B) $3\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{3}$
10. Let $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{6z} = 100$ and $x, y, z > 0$. What is the minimum value of $2\log x + 3\log y + \log z$?
 (A) 12 (B) 6 (C) -6 (D) -12
11. At a gathering of 20 people, there are 15 people who all know each other and 5 people who know no one. People who know each other hug, and people who do not know each other shake hands. How many handshakes will occur?
 (A) 75 (B) 85 (C) 90 (D) 100
12. 已知 $f(n)$ 是一個 n 的三次多項式，且 $f(2018) = 1$, $f(2020) = 4$, $f(2022) = 9$, $f(2024) = 17$ 。試求 $f(2026)$ 的值？
 (A) 27 (B) 29 (C) 31 (D) 33

13. 在坐標平面上，若直線 $y = ax + b$ （其中 a, b 為實數）與二次函數 $y = x^2$ 的圖形恰交於一點，亦與二次函數 $y = x^2 - 2x + 3$ 的圖形恰交於一點，則 $a + b$ 的值為下列哪一個選項？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

14. 已知四邊形 $ABCD$ 的外接圓半徑為 2，且 $\overline{AB} = \overline{BC} = 2\sqrt{3}$ ， $\overline{AD} + \overline{CD} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ ，試求 \overline{BD} 長度？

(A) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{15}$ (C) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ (D) 4

15. Suppose that $\triangle ABC$ is an equilateral triangle of side length s , with the property that there is a unique point P inside the triangle such that $\overline{AP} = 3$, $\overline{BP} = 3\sqrt{3}$, $\overline{CP} = 6$. What is the value of s ?

(A) $3(1 + \sqrt{2})$ (B) $3\sqrt{7}$ (C) 8 (D) $6\sqrt{13}$

16. 設 x, y 均為非零相異實數且滿足 $x + \frac{3}{2x} = y + \frac{3}{2y}$ 之關係式，試問 xy 之值為何？

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3

17. 設無窮等比級數 $7 + \frac{7}{8} + \frac{7}{8^2} + \cdots + \frac{7}{8^{n-1}} + \cdots$ 之和為 S ，且其前 n 項之和為 S_n 。

若 $|S - S_n| < \frac{1}{10^3}$ ，則 n 的最小值為何？ (已知 $\log 2 \approx 0.3010$)

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

18. 有關極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|3 - 5x - x^2| - 3}{x - 1}$ 的敘述，下列何者正確？

(A) 極限值不存在 (B) 極限值為 0 (C) 極限值為 7 (D) 極限值為 12

19. 設坐標平面上兩點 $A(3, -2)$ 與 $B(-3, 1)$ 在直線 $2x + ky - 2 = 0$ 的同側，求 k 的範圍？

- (A) $k > 2$ 或 $k < \frac{1}{2}$ (B) $k > 8$ 或 $k < \frac{1}{8}$ (C) $2 < k < 8$ (D) $\frac{1}{8} < k < \frac{1}{2}$

20. 若不等式 $(x + 2)(x - 1)(x^2 - mx + m) > 0$ 的解為 $x > 1$ 或 $x < -2$ ，則 m 值的範圍為下列哪一個選項？

- (A) $0 < m < 4$ (B) $0 < m \leq 4$ (C) $0 \leq m \leq 4$ (D) $0 \leq m < 4$