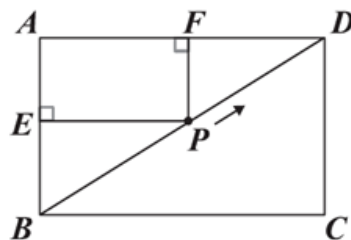


新竹市立新科國民中學 115 學年度正式教師甄選

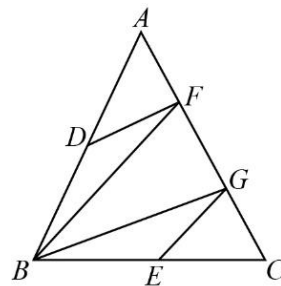
數學科初試題目卷

一、填充題(共 25 題)

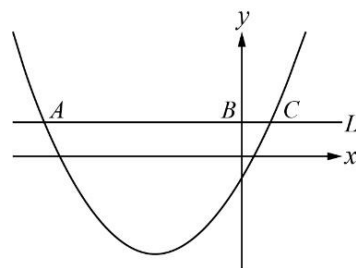
1. 如下圖，矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AD} = 4$ ，且有一點 P 從 B 點沿著 $\overline{BD}$ 往 D 點移動。若過 P 點作 $\overline{AB}$ 的垂線交 $\overline{AB}$ 於 E 點，過 P 點作 $\overline{AD}$ 的垂線交 $\overline{AD}$ 於 F 點，則 $\overline{EF}$ 的長度最小值為_____。



2. 如下圖， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 上， F 、 G 兩點在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DF} \parallel \overline{BG}$ ， $\overline{BF} \parallel \overline{EG}$ 。若 $\triangle ADF$ 、 $\triangle DBF$ 、 $\triangle GBC$ 的面積分別為 20、30、60，則 $\overline{BE}$ 與 $\overline{EC}$ 的長度比為_____。



3. 坐標平面上有一水平線 L 與二次函數 $y = a(x + 7)^2 - 10$ 的圖形，其中 a 為一正數，且 L 與二次函數圖形相交於 A 、 C 兩點，與 y 軸相交於 B 點，其位置如下圖所示。若 $\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 1$ ，則 $\overline{AC}$ 的長度為_____。

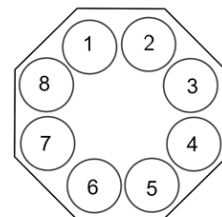


4. 已知 $a = 2026x - 1$ ， $b = 2026x$ ， $c = 2026x + 1$ ，則 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca =$ _____。

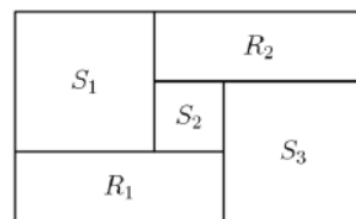
5. 計算 $\frac{2026^2 - 2025^2 + 2024^2 - 2023^2 + \cdots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2}{2027} =$ _____。

6. 若方程式 $x^2 - 2026x + 1 = 0$ 之兩根為 a 和 b ，方程式 $x^2 - 2025x + 1 = 0$ 之兩根為 c 和 d ，則 $(a+c)(b+c)(a-d)(b-d) =$ _____。

7. 義勇和伊之助兩人一同到鬼滅樂園遊玩。樂園中有一座摩天輪共有八組車廂，其座位圖如下圖，假設每個車廂可搭兩人，且被選到機會都相同，則兩人剛好選到相鄰車廂的機率是_____。



8. 如下圖，矩形 R_1 、 R_2 和正方形 S_1 、 S_2 、 S_3 ，組合成一個長為 3366 單位和寬為 2026 單位的矩形，請問正方形 S_5 的邊長是 _____ 單位。

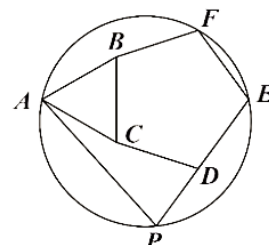


9. 某校手作社要購買材料包，材料包分為甲、乙兩種。

材料包	單價	可供學生人數
甲材料包	180 元	3 人
乙材料包	260 元	5 人

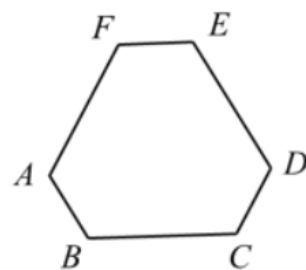
手作社共有 58 位學生參加，社團希望購買的材料包剛好可供所有學生使用，不多也不少，且總費用最低，求最低總費用為 _____ 元。

10. 如下圖， $\triangle ABC$ 和五邊形 $BCDEF$ 均為正多邊形，且有一圓通過 A 、 E 、 F 三點，若此圓與直線 DE 相交於 P 點，則 $\angle APD =$ _____ 度。



11. 在一座大型生態園區中，有一條筆直的景觀步道，若在坐標平面上將此步道抽象化為 x 軸。園區內有兩座著名的打卡涼亭，其坐標分別為 $A(-2, 5)$ 與 $B(4, 3)$ （單位的長度為百公尺）。若園區規劃在步道（ x 軸）上設置一個流動餐車停靠點 P ，以方便遊客從 A 涼亭出發，步行至餐車 P 購買點心後，再前往 B 涼亭。若要讓遊客從 $A \rightarrow P \rightarrow B$ 的總步行距離最小，則此餐車停靠點 P 的 x 坐標應設為_____。

12. 如下圖，設 $ABCDEF$ 是等角六邊形(即每一個內角都是 120°)，若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{DE} = 4$ ，求此六邊形的面積為_____平方單位。



13. 已知鈍角三角形之三邊長為 $10, 15, k$ ，其中 k 為正整數，則滿足此條件的 k 共有_____個。

14. 有九個數字 $4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024$ ，將此九個數字分別填入下圖魔方陣的九個方格中，使得所有直行、橫列與對角線上的每三個數的乘積相同，則 $A+B+C =$ _____。

128	A	
	B	C
	1024	

15. 已知 $\triangle ABC$ 三邊上的高分別為 $3, 4, x$ ，則 x 的範圍為_____。

16. 一間主打台灣道地小吃的餐廳推出一款招牌滷肉飯。根據市場調查，若每碗定價 30 元，平均每天可賣出 200 碗；若每碗定價每調升 2 元，每天的銷量就會減少 10 碗。已知每碗滷肉飯的食材與製造成本固定為 18 元。若老闆希望這款滷肉飯每天的「總利潤（總營收減去總成本）」能達到 3200 元，且為了回饋顧客，定價要儘可能便宜，則每碗滷肉飯的定價應設為_____元。

17. $C_1^{100} + C_2^{101} + \cdots + C_{31}^{130} = \underline{\hspace{2cm}}$ （以 C 表示）。

18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

19. 求函數 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$ 的反曲點座標為_____。

20. $10! \equiv x \pmod{11}$ ，求 x 的最小正整數值為_____。

21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

22. 求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx =$ _____。

23. 求 $f(x) = \frac{1}{x}$ 與 $g(x) = 3 - 2x$ 所圍成區域的面積為_____。

24. 設 $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ，則矩陣 A 的特徵值 λ 為_____。

25. 設微分方程式 $y'' - 5y' + 6y = 0$ ，則其通解為 $y =$ _____。

《本試題到此結束》