

國立新竹高級工業職業學校 115 學年度第 3 次教師甄試【數學科初試題目卷】

注意事項：

一、請將各題計算後的答案填寫於答案卷上，填寫在本題目卷者不予計分。

二、僅能於本題目卷空白處進行計算，答案僅能填寫於答案卷指定空格內，其他部分不得書寫任何文字或符號，違者扣總分 5 分。

准考證號碼：

姓 名：

填充題型一（每題 6 分，共 10 題，總計 60 分）：

第 1 題 設數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$ ($n \geq 1$)。求 $a_{10} =$ _____。

第 2 題 從甲、乙、丙、丁、戊 5 人中選出 4 人，坐入排成一系列的 10 個相異座位中的 4 個（其餘座位空著）。

若：（i）甲、乙兩人皆必須入座；

（ii）坐下的 4 人中任兩人皆不相鄰（中間至少空一位）；

則符合條件的排法數為_____。

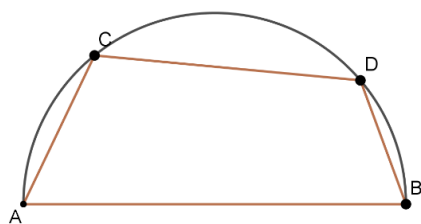
第 3 題 給定一個邊長為 9 的正四面體 ABCD，設 A' 為 A 對於平面 BCD 的對稱點， B' 為 B 對於平面 ACD 的對稱點，則線段 $A'B'$ 之長為_____。

第 4 題 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ ， I 為二階單位矩陣，求 $A^5 - 4A^4 + 4A^3 - 2A^2 + 5A + 3I =$ _____。

第 5 題 已知一斜橢圓的方程式為 $3x^2 - 2\sqrt{3}xy + 5y^2 = 8$ ，求此橢圓的長軸長度為_____。

第 6 題 求 $\sum_{n=1}^{50} n^2 C_n^{50} \left(\frac{1}{5}\right)^n \left(\frac{4}{5}\right)^{50-n} =$ _____。

第 7 題 如下圖，四邊形 ACDB 內接於一半圓， $\overline{AB}$ 為直徑。其中 $\angle ACD = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ，則 $\overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB}$ 之最大值為_____。



第 8 題 設 $f(x)$ ， $g(x)$ 皆為實係數多項式，其中 $f(x)$ 的最高次項係數為 1， $y=g(x)$ 的圖形為一開口向上的拋物線，已知 $(g(x))^2$ 和 $g(x)$ 除以 $f(x)$ 的餘式皆為 $2x$ ，則多項式 $f(x)$ 為_____。

第 9 題 在複數平面上，滿足 $|z-3i|=\frac{z-\bar{z}}{2i}$ 之所有複數 z 所形成的圖形為 Γ ，其中 $\bar{z}$ 為 z 的共軛複數。若 $z\in\Gamma$ ，則 $|z+2-4i|+|z-3i|$ 的最小值為_____。

第 10 題 設 α 、 β 、 γ 為方程式 $x^3-2x-7=0$ 之三根，試求 $\alpha^4+\beta^4+\gamma^4=_____$ 。

填充題型二（每題 8 分，共 5 題，總計 40 分）：

第 11 題 複數平面上有三點 P、Q、R 對應三個複數 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 ，且 $|Z_1|=\sqrt{2}$ ， $|Z_2|=\sqrt{5}$ ， $|Z_3|=3$ ，若原點 O 為 $\triangle PQR$ 之重心，則 $\overline{Z_1}\cdot Z_2$ 的實部為_____。

第 12 題 已知坐標平面上，滿足不等式 $|4x+3y-5|+|4x-3y+6|+|4x+3y+5|+|4x-3y-6|\leq 22$ 的點 (x,y) 所成的圖形面積為_____。

第 13 題 若指數函數 $y=a^x$ 和對數函數 $y=\log_a x$ 沒有交點，則底數 a 的範圍為_____。

第 14 題 將菱形 ABCD 的紙張沿 $\overline{BD}$ 將 $\triangle BCD$ 往上摺，直到 C 點的投影點 P 正好落在 $\triangle ABD$ 之重心上，若此時平面 ABC 與平面 ABD 之兩面角為銳角 θ ，若 $\overline{AC}=8$ ， $\overline{BD}=4$ ，則 $\tan\theta$ 之值為_____。

第 15 題 下圖是露營區新搭建的大型帳篷，其建立方式如下：在一個邊長為 5 公尺的正方形平台上，立起兩支以底面對角線為直徑的半圓形鋼架，落腳點就在平台的四個頂點上；而半圓形鋼架的交點 H 在底面（邊長 5 公尺的正方形）中心點 O 的正上方，即線段 OH 垂直底面；然後在鋼架上覆蓋防水外帳，使得每個平行底面的橫截面都是頂點落在鋼架上的正方形。試求此帳篷的容積為_____。

