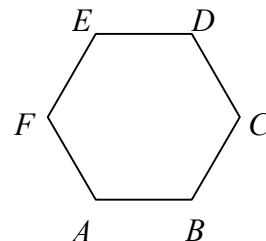


科目：數學科 說明：以下題目共 50 題，為四選一單選選擇題（每題 2 分，共 100 分）

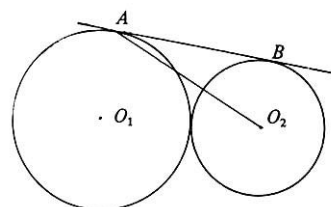
1. 如右圖， $ABCDEF$ 為一正六邊形，則下列向量的內積中，何者最大？

(A) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$ (B) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$ (C) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AF}$ (D) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BE}$



2. 已知 O_1 和 O_2 的半徑各為 9 cm 及 4 cm，若此兩圓外切且有一條公切線 AB ，則 $\overline{AO_2} = ?$

(A) $4\sqrt{7}$ cm (B) $4\sqrt{10}$ cm (C) 12 cm (D) $5\sqrt{10}$ cm



3. 計算 $(52 + 6\sqrt{43})^{\frac{3}{2}} - (52 - 6\sqrt{43})^{\frac{3}{2}}$ 的值為多少？

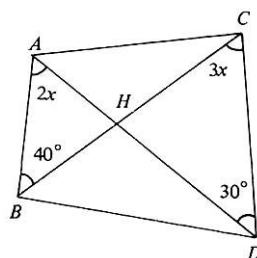
(A) 738 (B) 782 (C) 828 (D) 876

4. 設 $f(x) = 3x + 7$ ， $g(x) = 1 - 3x$ ，如果 $f(x+1) = g(x-1)$ ，那麼 $x = ?$

(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

5. a, b, c 是三個連續正整數，下列哪個選項恆為正確？

(A) $a+b+c$ 是 2 的倍數 (B) $a+b+c$ 不是 3 的倍數 (C) $a+b+c$ 為奇數 (D) abc 是 6 的倍數



6. 如圖， \overline{AD} 及 \overline{BC} 相交於 H ，則 x 的度數是多少度？

(A) 5° (B) 10° (C) 15° (D) 20°

7. \overline{AB} 是圓 O 的一條弦， O 為圓心，且 $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ 。若三角形 OAB 的面積是 18，則此圓 O 的面積是多少？

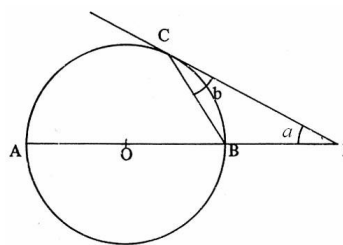
(A) 12π (B) 18π (C) 36π (D) 72π

8. 29^{202} 除以 13 的餘數是多少？

(A) 1 (B) 3 (C) 9 (D) 11

9. 如圖， \overline{AB} 為直徑， \overline{CP} 切圓 O 於 C ，下列哪個選項是正確的？

(A) $2a + b = 90^\circ$ (B) $a + 2b = 90^\circ$ (C) $a = b$ (D) $a + b = 45^\circ$



10. 設 A 為 n 階方陣且其秩 (rank) 為 n ，已知 $A^2 = A$ ，則下列敘述何者正確？

(A) 滿足此種性質的方陣 A 只有一個，即 $A = I$ (單位矩陣) (B) 滿足此種性質的方陣 A 有二個以上
(C) A^{-1} 有時存在，有時不存在 (D) $A^n = nA$

11. 滿足分式 $\frac{5n-23}{n-7}$ 是整數值的整數 n 共有幾個？

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

12. 若 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} = \frac{b}{a}$ ，其中 a, b 為互質的正整數，則 $a+b = ?$

(A) 19 (B) 20 (C) 25 (D) 26

13. 無窮級數 $1 + 2 \times \left(\frac{1}{2010}\right) + 3 \times \left(\frac{1}{2010}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2010}\right)^3 + 5 \times \left(\frac{1}{2010}\right)^4 + \dots = ?$
- (A) $\left(\frac{2009}{2010}\right)^2$ (B) $\left(\frac{2010}{2009}\right)^2$ (C) $\left(\frac{2010}{2011}\right)^2$ (D) $\left(\frac{2011}{2010}\right)^2$
14. 設 $f(x)$ 為實係數四次多項式且其領導係數為 1，如果 $f(1) = -1, f(-2) = -4, f(3) = -9, f(-4) = -16$ ，則 $f(2)$ 之值為何？
- (A) -28 (B) -20 (C) 4 (D) 20
15. $\frac{d}{dx} \left(\int_0^{2x} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt \right)$ 在 $x=1$ 之值為何？
- (A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (D) $\sqrt{2}$
16. 設 θ 為一實數，如果 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ ，則無窮級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\theta}{2^n}$ 之值為何？
- (A) $\frac{10}{11}$ (B) 1 (C) $\frac{6}{5}$ (D) 2
17. 方程式 $x + y + z = 10$ 的正整數解 (x, y, z) 共有多少組？
- (A) 10 (B) 35 (C) 36 (D) 66
18. 下列敘述中何者恆為正確？
- (A) 函數 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 處連續 (B) 函數 $f(x) = |x|$ 在 $x=0$ 處可微
- (C) 如果級數 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n b_n$ 收斂，則 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ 與 $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ 都收斂 (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2}$ 必為收斂級數
19. 積分 $\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{\sin x}{1+x^2} + 1 \right) dx = ?$
- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π
20. 已知實數 x, y 滿足條件 $\sin x + \sin y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 與 $\cos x + \cos y = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，則 $\sin(x+y)$ 之值為何？
- (A) 0 (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1
21. 設 a, b, c 為正實數，且 $a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$ ，若 $\log_a b = 3$ ，則 $\frac{\log_a c \cdot \log_c \frac{b}{a}}{\log_c b \cdot \log_{ab} c} - 1$ 之值為何？
- (A) 1 (B) $\frac{5}{3}$ (C) 2 (D) 3
22. 設 a, b, c, d 都是正實數，已知三數 $\sqrt{a^2 + c^2 + d^2 + 2cd}, \sqrt{b^2 + c^2}, \sqrt{a^2 + b^2 + d^2 + 2ab}$ 可構成一個三角形的三邊長，則此三角形的面積為下列何者？
- (A) $\frac{1}{2}(ac + bc + bd)$ (B) $\frac{1}{2}(a+b)(c+d)$ (C) $\frac{1}{2}abcd$ (D) $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ ，其中 $s = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$
23. 坐標平面上，如果有一條經過原點 $(0,0)$ 且斜率為正的直線切雙曲線 $x^2 - (y-1)^2 = 1$ 於一點 (a,b) ，則 $\sin^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$ 之值為下列何者？
- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$
24. 設 a, b 為正實數，且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ，如果 $2009a^2 = 2010b^2$ ，則 $\sqrt{2009a + 2010b} = ?$
- (A) $\sqrt{2009}$ (B) $\sqrt{2010}$ (C) $\sqrt{2009} + \sqrt{2010}$ (D) $\sqrt{4019}$

25. 已知 a, b, c 為互質的正整數，如 $a \log_{200} 2 + b \log_{200} 5 = c$ ，則 $a + b + c = ?$
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
26. 有一圓其圓心為 O 點， \overline{AB} 及 \overline{CD} 為二直徑，使得 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ，過 D 點作 \overline{DE} 交此圓於 E 點，交 \overline{AB} 於 F 點。如果 $\overline{DF} = 6, \overline{EF} = 2$ ，則 $\overline{CE} = ?$
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $4\sqrt{2}$ (D) 6
27. 正三角形 ABC 中，令 C_1 表示其內切圓，且令圓 C_2 外切於 C_1 並與邊 \overline{AB} 及 \overline{AC} 相切，則 C_1 的半徑是 C_2 半徑的幾倍？
 (A) $\sqrt{3}$ (B) 3 (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{2}$
28. 計算： $\iint_R \ln(x^2 + y^2) dx dy$ ，其中 $R = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ 。
 (A) 2π (B) 6π (C) $\pi(4\ln 2 - \frac{3}{2})$ (D) $\pi(8\ln 2 - 3)$
29. 已知複數 $z = \cos 20^\circ + i \sin 20^\circ$ ，則 $|z + 2z^2 + 3z^3 + \cdots + 18z^{18}|^{-1} = ?$
 (A) $\frac{1}{18} \sin 10^\circ$ (B) $\frac{1}{9} \sin 10^\circ$ (C) $\frac{1}{18} \cos 10^\circ$ (D) $\frac{1}{9} \sin 20^\circ$
30. 將 $4^{16}5^{25}$ 乘開後是幾位數？
 (A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30
31. $\triangle ABC$ 中， $\tan \angle BAC = \frac{22}{7}$ ，過頂點 A 作 \overline{BC} 邊上的高交 \overline{BC} 於 D 點，使得 $\overline{BD} = 3, \overline{DC} = 17$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
 (A) 110 (B) 120 (C) 220 (D) 510
32. 已知可微實值函數 $f(x)$ 滿足條件：對所有實數 x ， $f(x) + f'(x) \leq 1$ ，與 $f(0) = 0$ ，則 $f(1)$ 的最大可能值為多少？
 (A) $1 - \frac{1}{e}$ (B) 1 (C) $1 + \frac{1}{e}$ (D) 2
33. 設 a, b, c 表三角形之三邊長，若 $ab + bc + ca = 9$ ，則滿足此種條件的三角形中，其周長的最小值是多少？
 (A) 3 (B) 9 (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}$
34. 設正五邊形的邊長為 2，則其對角線長為多少？
 (A) $\sqrt{5} + 1$ (B) $2\sqrt{5} - 1$ (C) $3 + \sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{5} - 3$
35. 已知 $a > 0$ ， $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{a}{6} + \frac{3}{a}$ ，則 $\sin 2\theta$ 之值為多少？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1
36. 將五個相同的球分給三個小朋友，則其中有一個小朋友沒有分到球的機率是多少？
 (A) $\frac{2}{7}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{5}{21}$ (D) $\frac{7}{21}$
37. 求 $[(x+y)^2 + z]^6$ 展開後 $x^5 y^5 z$ 的係數為多少？
 (A) 1742 (B) 1684 (C) 1624 (D) 1512
38. 若拋物線 $y = ax^2 + bx$ 與直線 $x + y + 1 = 0$ 及 $5x - y - 1 = 0$ 都相切，則 $a - b$ 之值為多少？
 (A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

39. 設 (x, y) 在單位圓上，則 $x^2 - 2y^2$ 的最大值為多少？

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

40. 設 $f(x) = \frac{x(x^2 - 1)(x + 2)}{\cos x}$ ，則 $f'(0)$ 之值為多少？

- (A) -2 (B) 0 (C) 4 (D) 不存在

41. 設 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 10$ ，其中 $-13 \leq x \leq 3$ ，則 $\frac{d}{dx}(f^{-1}(-6))$ 之值為多少？

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{16}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) 4

42. 設 $\alpha = \sum_{k=0}^{10} 6^k C_k^{10}$ ，則 α 的個位數字為多少？

- (A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 9

43. 直角三角形 ABC 中， $\angle B$ 為直角，在 \overline{AC} 上取一點 D ，在 \overline{AB} 上取一點 E ，在 \overline{BC} 上取一點 F ，使得 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 且 $\overline{CD} = \overline{CF}$ ，則 $\angle EDF$ 為多少度？

- (A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60°

44. 求 $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{64\sqrt{63}+63\sqrt{64}}$ 之值為多少？

- (A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{8}{9}$

45. 設 a, b, c 為方程式 $x^3 + x - 1 = 0$ 的三根，則 $a^5 + b^5 + c^5$ 之值為多少？

- (A) -8 (B) -5 (C) -3 (D) -1

46. 若 $a^2 - 3a + 1 = 0$ ，則 $2a^2 - 4a - 1 + \frac{6}{1+a^2}$ 之值為多少？

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6

47. 設三角形之三邊長為正整數 a, b, c ，且 $a \leq b < c$ ，若 $b = 6$ ，則滿足此種條件的三角形共有多少個？

- (A) 12 (B) 15 (C) 21 (D) 24

48. 設 $\{a_n\}$ 為一等差數列，已知 $a_1 > 0$ 且 $5a_{10} = 7a_{13}$ 。令 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ，則 S_n 之值為最大時， n 為多少？

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22

49. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan^{-1} x}{x \ln(1+x)}$ 之值為多少？

- (A) $-\infty$ (B) ∞ (C) -1 (D) 0

50. 已知三角形三中線長分別為 10, 12, 14，則此三角形的面積為多少？

- (A) $32\sqrt{6}$ (B) $30\sqrt{5}$ (C) $36\sqrt{3}$ (D) $40\sqrt{2}$