

# 桃園縣 98 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學】試題卷

- ※注意事項：1. 答案一律畫在答案卡上，如寫在試題卷上不予計分。  
2. 作答完畢，請將試題及答案卡一併交回。  
3. 本試題共二頁。

## 一、單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案(共25題，每題4分，合計100分)

- 設  $n$  為一個四位數，並設  $q$ 、 $r$  分別為  $n$  除以 1000 的商數及餘數。試問有多少個  $n$  值使得  $q+r$  可被 37 整除？
  - 5
  - 24
  - 243
  - 270
- 某甲在提款時忘記帳號的密碼，但還是記得密碼的四位數字中有兩個 5、一個 2、一個 6，於是他就用這四個數字排成一個四位數輸入提款機嘗試，試問他只試一次就成功的機率為
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{6}$
  - $\frac{1}{12}$
  - $\frac{1}{24}$
- 底面半徑為 2、高為 8 的直圓柱面上有一條螺旋線，剛好沿著圓柱側面繞圓柱 4 圈從下底面上升到上底面，試問此螺旋線有多長？
  - $16\pi+8$
  - $\sqrt{256\pi^2+64}$
  - $32\sqrt{5}$
  - $128\pi$
- 設  $x = \frac{1}{\sqrt{4-\sqrt{12}}}$ ，求  $\log_{16}(2x^4+x^2-5x+2)$  之值為？
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{4}$
  - 2
  - 4
- 已知  $1+i$  為方程式  $2x^3-5x^2+6x-2=0$  之一根，則此方程式其餘之根的和為何？( $\sqrt{-1}=i$ )
  - $2+i$
  - $\frac{1}{2}+i$
  - $\frac{3}{2}-i$
  - $2-i$
- 設方程式  $x^8+a_7x^7+a_6x^6+\dots+a_1x+a_0=0$  之解集合為  $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ，求  $a_6=?$ 
  - 546
  - 586
  - 642
  - 648

- 若  $7^x$  為 500! 的因數，則  $x$  之最大值為何？
  - 71
  - 72
  - 81
  - 82

- 令  $P(\bar{B})=1-P(B)$ ，已知  $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(B)=\frac{1}{2}$ ，

$$P(A \cap B) = \frac{1}{5}。求 P(A|\bar{B})=?$$

- $\frac{4}{15}$
- $\frac{5}{8}$
- $\frac{8}{15}$
- $\frac{3}{8}$

- 若  $\frac{3}{n^3} + \frac{4}{n^3} + \frac{5}{n^3} + \dots + \frac{n^3-5}{n^3} + \frac{n^3-4}{n^3} + \frac{n^3-3}{n^3} = 60$ ，則正整數  $n$  為

- 5
- 11
- 31
- 60

- 設  $a$  為整數且  $\frac{5a+7}{3a+2}$  也是整數，則  $a$  的所有可能值的和為？

- 0
- 1
- 2
- 3

- 滿足方程式  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{15}$  且  $1 < x < y$  的正整數解  $(x, y)$ ，共有多少組？

- 1 組
- 2 組
- 3 組
- 4 組

- 設  $\sin \cot^{-1} \sqrt{3} = \tan \cos^{-1} \sqrt{x}$ ，則  $x=?$

- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{5}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{1}{2}$

13.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+2} + (n+2)\sqrt{n+1}} = ?$

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ② 1
- ③  $2\sqrt{2}$
- ④ 2

14. 設  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2}{2n + 1} = 2$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - a_n}{2n - 5} = ?$

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④  $\infty$

15. 從一長方形的角切掉一三角形得到一個五邊形，其邊長由小至大排分別為 8、10、13、15、20 單位。這五邊形的面積為何？

- ① 252.5
- ② 260
- ③ 270
- ④ 275.5

16.  $f(x) = 1 + |\ln x|$  在區間  $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$  上的最大值與最小值的和為

- ①  $2 + \ln 2$
- ②  $1 + \ln 2$
- ③  $1 + \ln \frac{3}{2}$
- ④  $2 + \ln 3$

17.  $k$  為一實數。若方程式  $2x^2 + 2kxy + 3y^2 + 5x + 4y + 6 = 0$  代表一雙曲線，則

- ①  $k = \sqrt{6}$
- ②  $k < \sqrt{6}$
- ③  $k < -\sqrt{6}$  or  $k > \sqrt{6}$
- ④  $-\sqrt{6} < k < \sqrt{6}$

18. 求  $\sum_{k=1}^{100} \cos \frac{k\pi}{4} =$

- ① 0
- ② 1
- ③ -1
- ④  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

19.  $\int_0^{\pi} e^{2x} \cos x dx$  之值為

- ①  $-(e^{2\pi} - 1)$
- ②  $-\frac{1}{2}(e^{2\pi} - 1)$
- ③  $-\frac{2}{5}(e^{2\pi} - 1)$
- ④  $-\frac{2}{5}(e^{2\pi} + 1)$

20. 兩曲線  $C_1, C_2$  的距離為  $C_1$  上的點與  $C_2$  上的點的距離的最小值。則拋物線  $y^2 = 4x$  及圓  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$  之距離為何？

- ① 1
- ②  $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④  $2\sqrt{2}$

21. 試問下列關於正 20 面體的敘述，哪一個是錯誤的？

- ① 有 12 個頂點
- ② 它的所有頂點會共球面
- ③ 以它的頂點為頂點可以產生 15 個黃金矩形
- ④ 可以用 20 個正四面體面與面黏合成正 20 面體

22. 通過橢圓  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  上兩點  $(0, -4), (\frac{5\sqrt{3}}{2}, 2)$  的直線

$L$ ，將橢圓內部分割成兩個區域，試問較小區域的面積為

- ①  $\frac{20\pi}{3}$
- ②  $\frac{25\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4}$
- ③  $\frac{20\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4}$
- ④  $\frac{20\pi}{3} - 5\sqrt{3}$

23. 設  $P(x, y, z)$  為  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0$  上的點，則  $x - 2y + 2z + 2$  之最大值為何？

- ① 3
- ② 9
- ③ 15
- ④ 21

24. 設  $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{8, 9, 10\}$ ,  $C = \{11, 12\}$ 。投擲二枚公正的六面骰子一次，若出現的點數和屬於  $A$ ，則玩家可獲得 3 元，若出現的點數和屬於  $B$ ，則玩家可獲得 4 元，若出現的點數和屬於  $C$ ，則玩家可獲得 11 元。假使此一為公平的遊戲，則玩家玩一次遊戲該付多少錢給莊家？

- ① 4 元
- ② 5 元
- ③ 6 元
- ④ 9 元

25. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ，求  $A^{50} = ?$

- ①  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
- ②  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
- ③  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
- ④  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$