(1) $p_{2011}(\frac{1}{7})$ 表示 $a_{2011} \le \frac{1}{7}$ 的機率 $\Rightarrow a_{2011} \le 0.\overline{142857}$

$\Rightarrow$ 第 1 次必須擲出 1

$\Rightarrow$ 所求機率為

$\frac{1}{12}+\frac{1}{108}=\frac{5}{54}$

| $n$ 小數點後第 $n$ 位 | 1 | 2 | 3 | 4 | … | 2011 | 機率 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 骰子點數 | 1 | 1 2 3 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | $\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{12}$ |
| | 1 | 4 | 1 2 | 不限 | 不限 | 不限 | $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{108}$ |

(2) 因為 $\frac{41}{333}=\frac{123}{999}=0.\overline{123}$

| $n$ 小數點後第 $n$ 位 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | … | 機率 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 骰子點數 | 1 | 1 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | $(\frac{1}{6})^2$ |
| | 1 | 2 | 1 2 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | $(\frac{1}{6})^2\times\frac{2}{6}$ |
| | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | $(\frac{1}{6})^5$ |
| | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 2 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | 不限 | $(\frac{1}{6})^5\times\frac{2}{6}$ |
| | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 不限 | 不限 | 不限 | $(\frac{1}{6})^8$ |
| | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 2 | 不限 | 不限 | $(\frac{1}{6})^8\times\frac{2}{6}$ |

因此 $\lim\limits_{n\to\infty} p_n(\frac{41}{333})=\left[(\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{6})^2\times\frac{2}{5}\right]+\left[(\frac{1}{6})^5+(\frac{1}{6})^5\times\frac{2}{5}\right]+\left[(\frac{1}{6})^8+(\frac{1}{6})^8\times\frac{2}{5}\right]+\ldots$

$$=(1+\frac{2}{6})\times((\frac{1}{6})^2+(\frac{1}{6})^5+(\frac{1}{6})^8+\ldots)=\frac{8}{6}\times\frac{\frac{1}{36}}{1-\frac{1}{216}}=\frac{4}{3}\times\frac{6}{215}=\frac{8}{215}$$